

# Програмування

---

## ТЕМА 2. РОЗГАЛУЖЕНІ ПРОГРАМИ

# Висловлювання. Область істинності

---

Областю істинності  $B_2$  назвемо множину, яка складається з двох величин

$B_2 = \{\text{False}, \text{True}\}$

- False – хибність
- True - істина

# Визначення булевих операцій

---

Визначимо три булевих операції:

- а) диз'юнкція **p or q**
- б) кон'юнкція **p and q**
- в) заперечення **not p**

p	q	p or q	p and q
False	False	False	False
False	True	True	False
True	False	True	False
True	True	True	True

p	not p
False	True
True	False

# Визначення висловлювань

---

**Висловлювання** - це булів вираз, який визначається індуктивно:

- 1. Якщо  $b$  - булева константа або змінна, то  $b$  - висловлювання;
- 2. Якщо  $b$  і  $c$  висловлювання, то  $(b \text{ or } c)$ ,  $(b \text{ and } c)$ ,  $(\text{not } b)$  - висловлювання.

# Приклади висловлювань

---

**True**

**p**

**p or q**

**p and q or r**

# Властивості висловлювань

---

a) комутативність диз'юнкції і кон'юнкції

- $p \text{ or } q \equiv q \text{ or } p$ ,  $p \text{ and } q \equiv q \text{ and } p$ ;

b) асоціативність диз'юнкції і кон'юнкції

- $(p \text{ or } q) \text{ or } r \equiv p \text{ or } (q \text{ or } r)$ ,  $(p \text{ and } q) \text{ and } r \equiv p \text{ and } (q \text{ and } r)$ ;

c) дистрибутивність кон'юнкції відносно диз'юнкції

- $p \text{ and } (q \text{ or } r) \equiv p \text{ and } q \text{ or } p \text{ and } r$ ,

дистрибутивність диз'юнкції відносно кон'юнкції

- $p \text{ or } q \text{ and } r \equiv (p \text{ or } q) \text{ and } (p \text{ or } r)$ ;

d) властивості булевих констант

$$p \text{ or } \text{True} \equiv \text{True}, \quad p \text{ or } \text{False} \equiv p,$$

$$p \text{ and } \text{True} \equiv p, \quad p \text{ and } \text{False} \equiv \text{False};$$

# Властивості висловлювань. 2

---

e) ідемпотентність (поглинання)

- $p \text{ or } p \equiv p$ ,  $p \text{ and } p \equiv p$ ;

f) подвійне заперечення

- $\text{not}(\text{not } p) \equiv p$ ;

g) правила де Моргана

- $\text{not}(p \text{ or } q) \equiv \text{not } p \text{ and } \text{not } q$ ,
- $\text{not}(p \text{ and } q) \equiv \text{not } p \text{ or } \text{not } q$ ;

h) закон виключення третього

- $p \text{ or } \text{not } p \equiv \text{True}$ ;

i) закон протиріччя

- $p \text{ and } \text{not } p \equiv \text{False}$ .

# Відношення

---

**Відношення** дає одне бульове значення за одною або декількома (частіше за все двома) арифметичними величинами.

Утворимо стандартний набір відношень:

- $x$  рівне  $y$ , або  $x == y$ ;
- $x$  не рівне  $y$ , або  $x != y$ ;
- $x$  менше, ніж  $y$ , або  $x < y$ ;
- $x$  більше, ніж  $y$ , або  $x > y$ ;
- $x$  менше або рівне  $y$ , або  $x <= y$ ;
- $x$  більше або рівне  $y$ , або  $x >= y$ .



# Визначення відношень

---

Визначимо множину  $\text{Rel} = \{ ==, !=, <, >, <=, >= \}$ .

Тоді **відношення** – це

- $e_1 r e_2$ 
  - де  $r \in \text{Rel}$ ,  $e_1, e_2$  – вирази,
- або
- $e_1 r_1 e_2 r_2 e_3$ 
  - де  $r_1, r_2 \in \text{Rel}$ ,  $e_1, e_2, e_3$  – вирази

При цьому

- $e_1 r_1 e_2 r_2 e_3 \equiv e_1 r_1 e_2$  and  $e_2 r_2 e_3$

# Приклади відношень

---

$$a > 1$$

$$x > 0 \text{ and } y > 0$$

$$4 < 6$$

$$0 == 1$$

$$0 \leq x < 10$$

# Властивості відношень

---

- a)  $x \neq y \equiv \text{not}(x == y) \equiv x < y \text{ or } x > y$ ;
- b)  $x \leq y \equiv \text{not}(x > y) \equiv x < y \text{ or } x == y$ ;
- c)  $x \geq y \equiv \text{not}(x < y) \equiv x > y \text{ or } x == y$ .

Окрім значень з  $B_2$  (True, False) відношення можуть також бути невизначеними. Наприклад, відношення

$$1/x > 0$$

невизначене при  $x == 0$ .

# УМОВИ

---

**Умовою  $F$**  будемо називати булів вираз, побудований індуктивно за правилом:

- 1. Якщо  $F$  висловлювання, то  $F$  - умова;
- 2. Якщо  $F$  відношення, то  $F$  - умова;
- 3. Якщо  $F$  арифметичний вираз, то  $F$  – умова;
- 4. Якщо  $F, F_1, F_2$  – умови, то  $F_1, \text{ or } F_2, F_1, \text{ and } F_2, \text{ not } F$  – умови.

# Пріоритет операцій

---

Операції
**
*, /, //, %
+, -
==, !=, >, <, >=, <=
not
and
or

# Приклади умов

---

**p and q or r**

**x > 0 and y > 0**

**a > 1 and p**

**(b + 1) \* d**

# Бульове присвоєння

---

Бульове присвоєння

$$q = F$$

- де  $q$  – змінна,  $F$  – умова.

Приклад:

$$p = 0 \leq a \leq 1$$

# Приклад

---

Перевірити належність точки з координатами  $(x, y)$  другому квадранту



# УМОВНИЙ ВИРАЗ

---

Синтаксис:

**$e_1$  if  $F$  else  $e_2$**

- де  $F$  - умова,  $e_1, e_2$  - вирази

Якщо умова  $F$  істинна, то значення умовного виразу – це  $e_1$ , інакше значенням є  $e_2$

Приклади:

**$x$  if  $x \geq 0$  else  $-x$**

**$a$  if  $a \geq b$  else  $b$**

# Розгалуження

---

Синтаксис:

**if**  $F$ :

$P$

**else:**

$Q$

- де  $F$  – умова,  $P$ ,  $Q$  – ланцюг команд.

Правило розгалуження:

Виконання розгалуження здійснюється у два кроки.

1. Python обчислює значення  $F_0$  умови  $F$ .
2. Python виконує інструкцію  $P$ , якщо  $F_0 = \text{True}$ , або інструкцію  $Q$ , якщо  $F_0 = \text{False}$ .

# Захищена команда

---

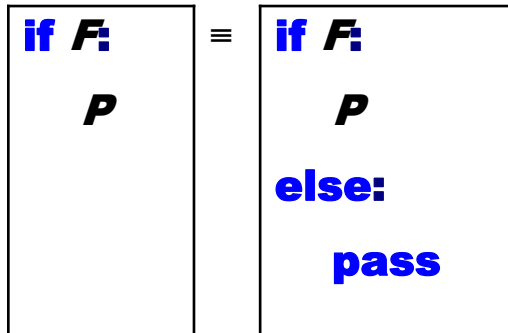
Синтаксис:

**if** *F*:

*P*

- де *F* – умова, *P* – ланцюг команд.

Правило виконання



# Каскадне розгалуження

---

Синтаксис:

**if**  $F_1$ :

$P_1$

**elif**  $F_2$ :

$P_2$

...

**elif**  $F_n$ :

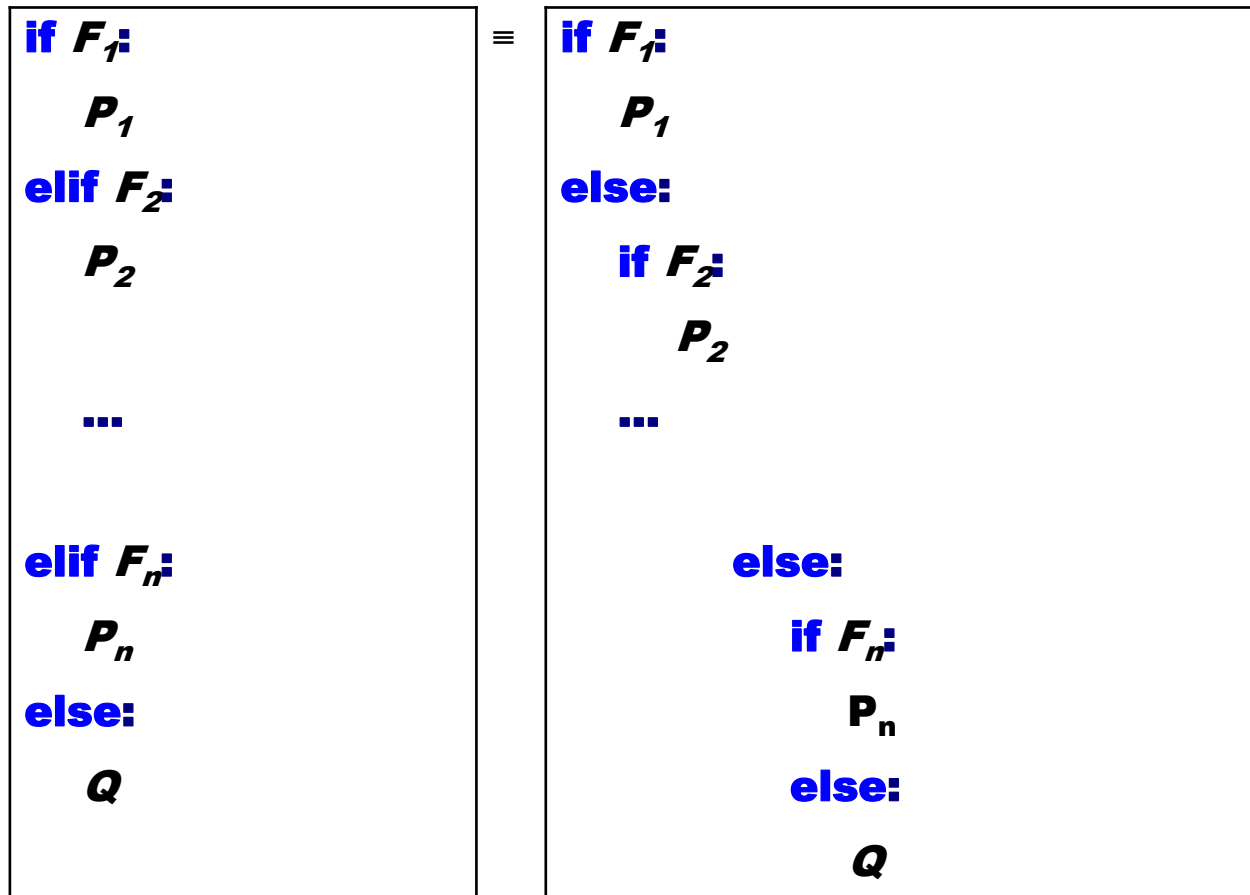
$P_n$

**else:**

$Q$

- де  $F_1, F_2, \dots, F_n$  – умови,  $P_1, P_2, \dots, P_n, Q$  – ланцюги команд.

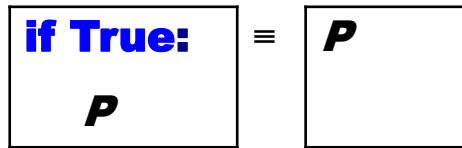
# Правило виконання каскадного розгалуження



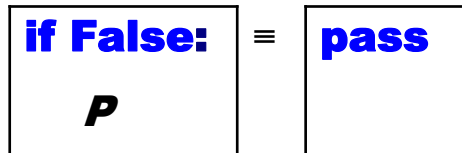
# Властивості розгалужень

---

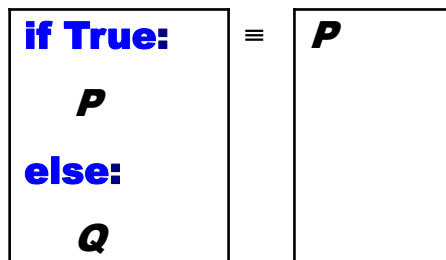
a)



b)



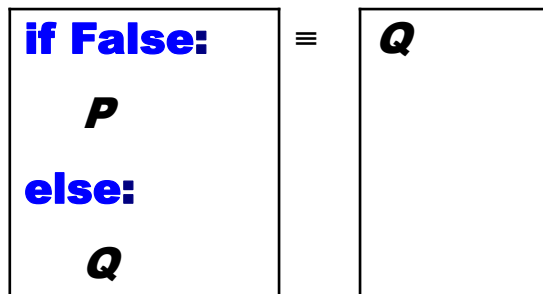
c)



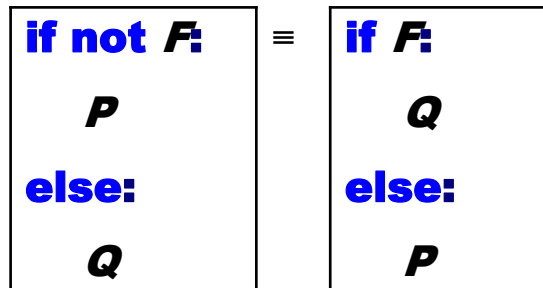
# Властивості розгалужень. 2

---

d)



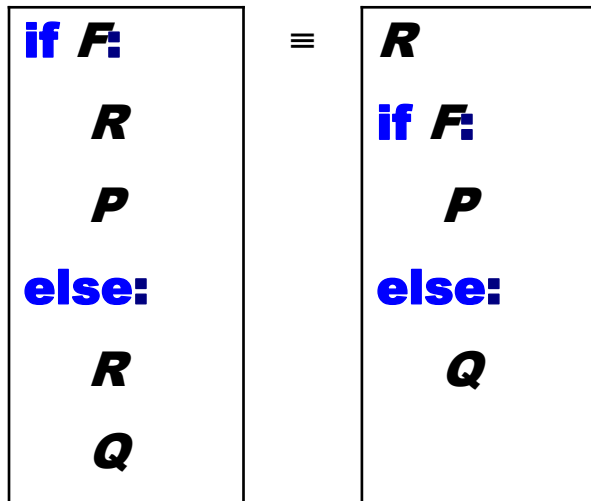
e)



# Властивості розгалужень. 3

---

f) Якщо інструкція  $R$  не змінює умову  $F$ , то

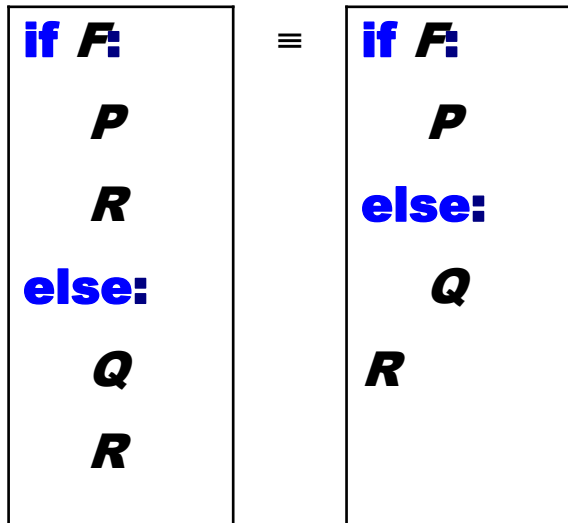




# Властивості розгалужень. 4

---

g)



# Приклади розгалужень

---

**if**  $a > b$ :

**max2 = a**

**else:**

**max2 = b**

**if**  $x < 0$ :

**x = -x**

# Приклади розгалужень.2

---

**if**  $x < 0$ :

$$y = -1$$

**elif**  $x < 2$ :

$$y = x - 1$$

**else**:

$$y = 1$$

# Розгалужені програми

---

**Розгалужена програма** – це програма яка є ланцюгом команд введення, виведення, присвоєння або тотожної команди, а також розгалуження.

# Приклад: обчислення максимуму з 3 чисел

---

Обчислити  $m_3 = \max\{a, b, c\}$

Спочатку обчислимо  $m_2 = \max\{a, b\}$

Тоді

|  $c$ , якщо  $c > m_2$

$m_3 = \{$

|  $m_2$ , якщо  $c \leq m_2$

# Приклад: Розв'язання рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

---

Позначимо кількість дійсних розв'язків рівняння через  $k$ .

Розглянемо випадки:

I)  $a=b=c=0 \Rightarrow k=\infty$

II)  $a=b=0, c \neq 0 \Rightarrow k=0$

III)  $a=0, b \neq 0 \Rightarrow k=1$

IV)  $a \neq 0$ . Обчислимо  $d=b^2 - 4ac$

- a)  $d \geq 0 \Rightarrow k=2$
- b)  $d < 0 \Rightarrow k=0$

# Резюме

---

Ми розглянули:

1. Алгебру висловлювань, бульові операції, їх властивості
2. Відношення та їх властивості
3. Умови
4. Умовний вираз
5. Розгалуження (звичайне розгалуження, захищена команда, каскадне розгалуження)
6. Розгалужені програми

# Де прочитати

---

1. Обвінцев О.В. Інформатика та програмування. Курс на основі Python. Матеріали лекцій. – К., Основа, 2017
2. A Byte of Python (Russian) Версія 2.01 Swaroop С Н (Translated by Vladimir Smolyar),  
<http://wombat.org.ua/AByteOfPython/AByteofPythonRussian-2.01.pdf>
3. Бублик В.В., Личман В.В., Обвінцев О.В.. Інформатика та програмування. Електронний конспект лекцій, 2003 р.,  
<http://www.matfiz.univ.kiev.ua/books>
4. Марк Лутц, Изучаем Python, 4-е издание, 2010, Символ-Плюс
5. Самоучитель Python. <http://pythonworld.ru/samouchitel-python>
6. С. Шапошникова. Python. Введение в программирование  
<https://younglinux.info/python.php>
7. Python 3.4.3 documentation