

Програмування

ТЕМА 2. РОЗГАЛУЖЕНІ ПРОГРАМИ

Висловлювання. Область істинності

Областю істинності B_2 назвемо множину, яка складається з двох величин

$B_2 = \{\text{False}, \text{True}\}$

- False – хибність
- True - істина

Визначення булевих операцій

Визначимо три булевих операції:

- а) диз'юнкція **p or q**
- б) кон'юнкція **p and q**
- в) заперечення **not p**

p	q	p or q	p and q
False	False	False	False
False	True	True	False
True	False	True	False
True	True	True	True

p	not p
False	True
True	False

Визначення висловлювань

Висловлювання - це булів вираз, який визначається індуктивно:

- 1. Якщо b - булева константа або змінна, то b - висловлювання;
- 2. Якщо b і c висловлювання, то $(b \text{ or } c)$, $(b \text{ and } c)$, $(\text{not } b)$ - висловлювання.

Приклади висловлювань

True

p

p or q

p and q or r

Властивості висловлювань

a) комутативність диз'юнкції і кон'юнкції

- $p \text{ or } q \equiv q \text{ or } p$, $p \text{ and } q \equiv q \text{ and } p$;

b) асоціативність диз'юнкції і кон'юнкції

- $(p \text{ or } q) \text{ or } r \equiv p \text{ or } (q \text{ or } r)$, $(p \text{ and } q) \text{ and } r \equiv p \text{ and } (q \text{ and } r)$;

c) дистрибутивність кон'юнкції відносно диз'юнкції

- $p \text{ and } (q \text{ or } r) \equiv p \text{ and } q \text{ or } p \text{ and } r$,

дистрибутивність диз'юнкції відносно кон'юнкції

- $p \text{ or } q \text{ and } r \equiv (p \text{ or } q) \text{ and } (p \text{ or } r)$;

d) властивості булевих констант

$$p \text{ or } \text{True} \equiv \text{True}, \quad p \text{ or } \text{False} \equiv p,$$

$$p \text{ and } \text{True} \equiv p, \quad p \text{ and } \text{False} \equiv \text{False};$$

Властивості висловлювань. 2

e) ідемпотентність (поглинання)

- $p \text{ or } p \equiv p$, $p \text{ and } p \equiv p$;

f) подвійне заперечення

- $\text{not}(\text{not } p) \equiv p$;

g) правила де Моргана

- $\text{not}(p \text{ or } q) \equiv \text{not } p \text{ and } \text{not } q$,
- $\text{not}(p \text{ and } q) \equiv \text{not } p \text{ or } \text{not } q$;

h) закон виключення третього

- $p \text{ or } \text{not } p \equiv \text{True}$;

i) закон протиріччя

- $p \text{ and } \text{not } p \equiv \text{False}$.

Відношення

Відношення дає одне бульове значення за одною або декількома (частіше за все двома) арифметичними величинами.

Утворимо стандартний набір відношень:

- x рівне y , або $x == y$;
- x не рівне y , або $x != y$;
- x менше, ніж y , або $x < y$;
- x більше, ніж y , або $x > y$;
- x менше або рівне y , або $x <= y$;
- x більше або рівне y , або $x >= y$.

Визначення відношень

Визначимо множину $\text{Rel} = \{ ==, !=, <, >, <=, >= \}$.

Тоді **відношення** – це

- $e_1 r e_2$
 - де $r \in \text{Rel}$, e_1, e_2 – вирази,
- або
- $e_1 r_1 e_2 r_2 e_3$
 - де $r_1, r_2 \in \text{Rel}$, e_1, e_2, e_3 – вирази

При цьому

- $e_1 r_1 e_2 r_2 e_3 \equiv e_1 r_1 e_2$ and $e_2 r_2 e_3$

Приклади відношень

$$a > 1$$

$$x > 0 \text{ and } y > 0$$

$$4 < 6$$

$$0 == 1$$

$$0 \leq x < 10$$

Властивості відношень

- a) $x \neq y \equiv \text{not}(x == y) \equiv x < y \text{ or } x > y$;
- b) $x \leq y \equiv \text{not}(x > y) \equiv x < y \text{ or } x == y$;
- c) $x \geq y \equiv \text{not}(x < y) \equiv x > y \text{ or } x == y$.

Окрім значень з B_2 (True, False) відношення можуть також бути невизначеними. Наприклад, відношення

$$1/x > 0$$

невизначене при $x == 0$.

УМОВИ

Умовою F будемо називати булів вираз, побудований індуктивно за правилом:

- 1. Якщо F висловлювання, то F - умова;
- 2. Якщо F відношення, то F - умова;
- 3. Якщо F арифметичний вираз, то F – умова;
- 4. Якщо F, F_1, F_2 – умови, то $F_1, \text{ or } F_2, F_1, \text{ and } F_2, \text{ not } F$ – умови.

Пріоритет операцій

Операції
**
*, /, //, %
+, -
==, !=, >, <, >=, <=
not
and
or

Приклади умов

p and q or r

x > 0 and y > 0

a > 1 and p

(b + 1) * d

Бульове присвоєння

Бульове присвоєння

$$q = F$$

- де q – змінна, F – умова.

Приклад:

$$p = 0 \leq a \leq 1$$

Приклад

Перевірити належність точки з координатами (x, y) другому квадранту

УМОВНИЙ ВИРАЗ

Синтаксис:

e_1 if F else e_2

- де F - умова, e_1, e_2 - вирази

Якщо умова F істинна, то значення умовного виразу – це e_1 , інакше значенням є e_2

Приклади:

x if $x \geq 0$ else $-x$

a if $a \geq b$ else b

Розгалуження

Синтаксис:

if F :

P

else:

Q

- де F – умова, P , Q – ланцюг команд.

Правило розгалуження:

Виконання розгалуження здійснюється у два кроки.

1. Python обчислює значення F_0 умови F .
2. Python виконує інструкцію P , якщо $F_0 = \text{True}$, або інструкцію Q , якщо $F_0 = \text{False}$.

Захищена команда

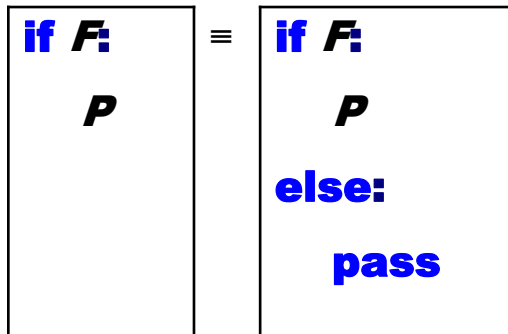
Синтаксис:

if F :

P

- де F – умова, P – ланцюг команд.

Правило виконання



Каскадне розгалуження

Синтаксис:

if F_1 :

P_1

elif F_2 :

P_2

...

elif F_n :

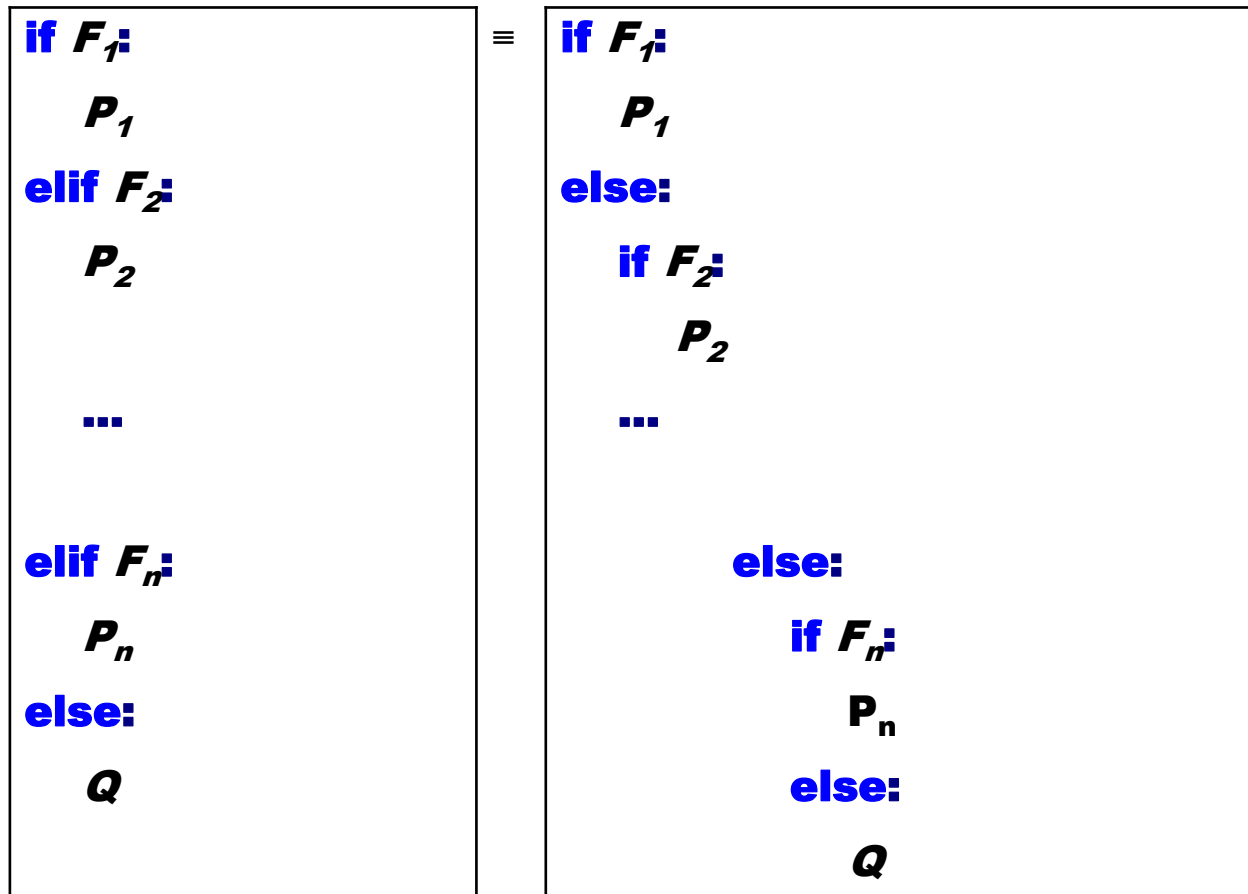
P_n

else:

Q

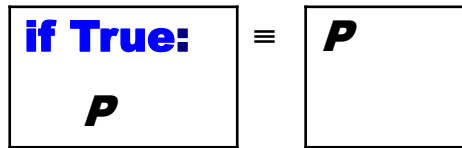
- де F_1, F_2, \dots, F_n – умови, P_1, P_2, \dots, P_n, Q – ланцюги команд.

Правило виконання каскадного розгалуження

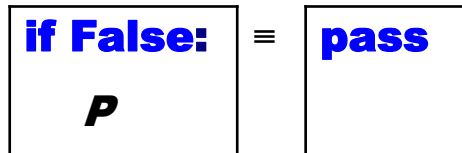


Властивості розгалужень

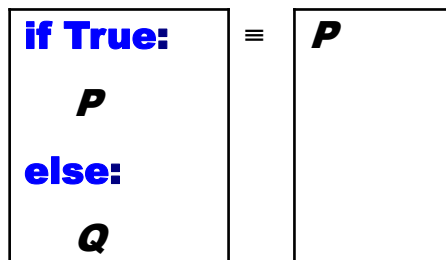
a)



b)

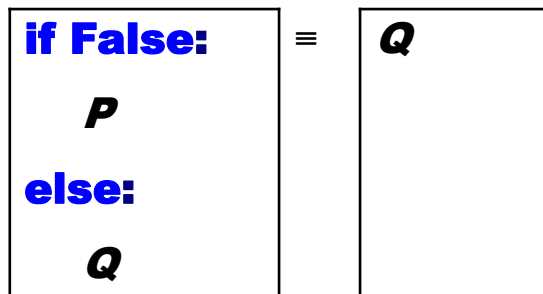


c)

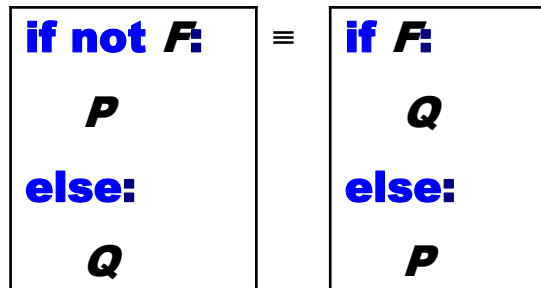


Властивості розгалужень. 2

d)

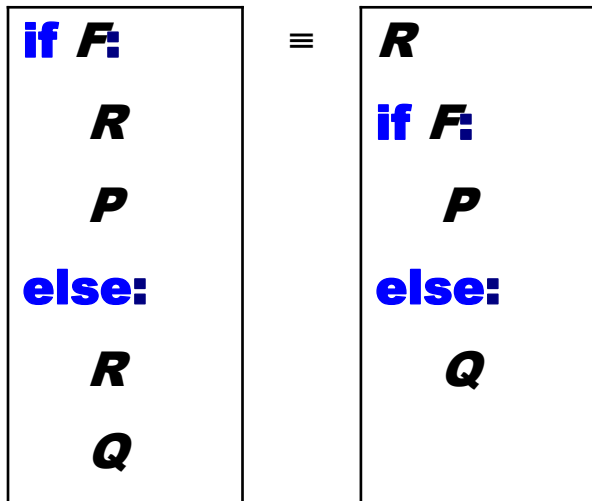


e)



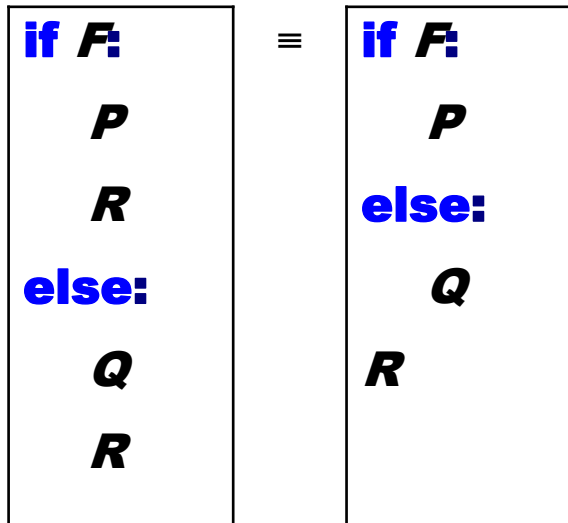
Властивості розгалужень. 3

f) Якщо інструкція R не змінює умову F , то



Властивості розгалужень. 4

g)



Приклади розгалужень

if $a > b$:

max2 = a

else:

max2 = b

if $x < 0$:

x = -x

Приклади розгалужень.2

if $x < 0$:

$$y = -1$$

elif $x < 2$:

$$y = x - 1$$

else:

$$y = 1$$

Розгалужені програми

Розгалужена програма – це програма яка є ланцюгом команд введення, виведення, присвоєння або тотожної команди, а також розгалуження.

Приклад: обчислення максимуму з 3 чисел

Обчислити $m_3 = \max\{a, b, c\}$

Спочатку обчислимо $m_2 = \max\{a, b\}$

Тоді

| c , якщо $c > m_2$

$m_3 = \{$

| m_2 , якщо $c \leq m_2$

Приклад: Розв'язання рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

Позначимо кількість дійсних розв'язків рівняння через k .

Розглянемо випадки:

I) $a=b=c=0 \Rightarrow k=\infty$

II) $a=b=0, c \neq 0 \Rightarrow k=0$

III) $a=0, b \neq 0 \Rightarrow k=1$

IV) $a \neq 0$. Обчислимо $d=b^2 - 4ac$

- a) $d \geq 0 \Rightarrow k=2$
- b) $d < 0 \Rightarrow k=0$

Резюме

Ми розглянули:

1. Алгебру висловлювань, бульові операції, їх властивості
2. Відношення та їх властивості
3. Умови
4. Умовний вираз
5. Розгалуження (звичайне розгалуження, захищена команда, каскадне розгалуження)
6. Розгалужені програми

Де прочитати

1. Обвінцев О.В. Інформатика та програмування. Курс на основі Python. Матеріали лекцій. – К., Основа, 2017
2. A Byte of Python (Russian) Версія 2.01 Swaroop С Н (Translated by Vladimir Smolyar),
<http://wombat.org.ua/AByteOfPython/AByteofPythonRussian-2.01.pdf>
3. Бублик В.В., Личман В.В., Обвінцев О.В.. Інформатика та програмування. Електронний конспект лекцій, 2003 р.,
<http://www.matfiz.univ.kiev.ua/books>
4. Марк Лутц, Изучаем Python, 4-е издание, 2010, Символ-Плюс
5. Самоучитель Python. <http://pythonworld.ru/samouchitel-python>
6. С. Шапошникова. Основы программирования на Python. Версия 2 (2011). <http://younglinux.info/pdf>
7. Python 3.4.3 documentation