

6. Списки

7.34. Скласти програму для обчислення суми:

- а) компонент з парними номерами;
- б) компонент з непарними номерами;
- в) додатніх компонент;
- г) від'ємних компонент дійсного вектора.

7.35. Скласти програми для

- а) введення ;
- б) виведення дійсного вектора.

7.36. Скласти програми обчислення

- а) середнього арифметичного компонент дійсного вектора;
- б) норми дійсного вектора;
- в) відстані між двома точками в n -вимірному евклідовому просторі;
- г) скалярного добутку двох дійсних векторів.

7.37. Скласти програми обчислення кількості компонент дійсного вектора

- а) більших заданого числа;
- б) які належать заданому відрізку прямої.

7.38. Скласти програми обчислення

- а) похідної від многочлена $P_n(x) = a_0 * x^n + a_1 * x^{n-1} + \dots + a_{n-1} * x + a_n$ в заданій точці x ;
- в) інтеграла многочлена $P_n(x)$ на заданому відрізку.

7.39. Скласти програму обчислення значень двох многочленів $P(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{20}$, $Q(x) = 1 - x + x^2 - \dots - x^{15}$.

7.41. Слід квадратної матриці - це сума її діагональних елементів. Скласти програму обчислення сліду матриці .

7.42. Скласти програму для обчислення

- а) визначника квадратної матриці;
- б) ранга квадратної матриці.

7.43. Скласти програми для обчислення

- а) суми усіх недіагональних елементів матриці;
- б) кількості нульових елементів матриці.

7.44. Скласти програми для обчислення:

- а) суми двох векторів;
- б) добутку вектора на число.

7.45. Розглядаючи вектори A та B як послідовності цифр десяткового запису деяких невід'ємних цілих чисел, отримати вектор C - аналогічне представлення для суми цих двох чисел.

7.46. Циклічним k -зсувом вектора (a_1, a_2, \dots, a_n) вліво називається вектор $(a_{k+1}, \dots, a_n, a_1, \dots, a_k)$. Скласти програму для його обчислення.

7.47. Визначити циклічний k -зсув вправо та програму для його обчислення.

7.48. Скласти програми

- а) обміну значень двох векторів;
- б) перестановки компонент вектора в зворотньому порядку.

7.49. Визначити функцію обчислення вектора B за формулами $b_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i, i = 1, 2, \dots, n$, де a_i -компоненти заданого вектора A .

7.50. Визначити функції для обчислення

- а) суми; б) добутку
- двох многочленів $A(x) = a_0 + a_1 * x + \dots + a_n * x^n$ і $B(x) = b_0 + b_1 * x + \dots + b_m * x^m$.

7.51. Задано многочлен $P(x)$ з нульовим вільним членом. Знайти перші n коефіцієнтів розкладу $1/P(x)$ в ряд Тейлора в нулі.

7.52. Скласти підпрограму обчислення частки $Q(x)$ та залишку $R(x)$ від ділення многочлена

$$P(x) = p_0 + p_1 * x + \dots + p_n * x^n$$

на многочлен

$$T(x) = t_0 + t_1 * x + \dots + t_m * x^m$$

$P(x) = T(x) * Q(x) + R(x), \text{deg}(R) < \text{deg}(T)$, де deg - степінь многочлена.

7.53. Визначити функцію для обчислення найбільшого спільного дільника двох многочленів.

7.54. Задана дійсна матриця розміру $m \times n$. Знайти вектор B , k -та компонента якого b_k це:

- а) сума абсолютних величин елементів k -го рядка матриці;
- б) добутку елементів k -го рядка;
- в) значення середнього арифметичного елементів k -го рядка;
- г) число від'ємних елементів в k -му рядку;
- д) добутку квадратів тих елементів k -го рядка, модулі яких належать відрізьку $[1;1,5]$ (якщо таких елементів немає, то покласти $b_k=1$);
- е) значення першого по порядку додатнього елемента k -го рядка (якщо таких елементів немає, то покласти $b_k=10$);
- є) сума елементів, які знаходяться за першим від'ємним елементом в k -му рядку (якщо таких елементів немає, то покласти $b_k=100$).

7.55. Скласти програму “швидкого” обчислення числа Фібоначі (див. завдання 3.10 з розд. 3) за його номером n , досліджуючи матричне відображення

$$\begin{pmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{n-1} \\ F_{n-2} \end{pmatrix}, \quad n \geq 2.$$

Вказівка. Довести співвідношення

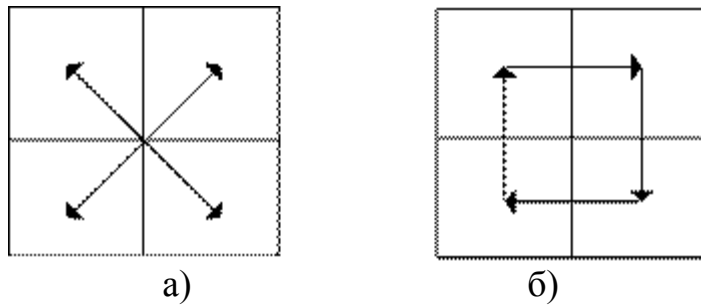
$$\begin{pmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_0 \end{pmatrix},$$

яке дозволяє звести задачу обчислення чисел Фібоначі до задачі обчислення степені заданої матриці 2-го порядку. Для швидкого обчислення степені використати метод, який було розглянуто у завданні 4.9 (розд. 4), замінюючи операцію множення чисел векторно-матричними операціями.

7.56. Визначити підпрограми:

- а) транспонування матриці;
- б) множення матриці на вектор;
- в) перестановки двох заданих рядків (стовпчиків) матриці;
- г) перестановки заданого рядка матриці з заданим її стовпчиком;
- д) побудови цілочисельної квадратної матриці порядку 7, елементами якої є числа 1, 2, ..., 49, розташовані в ній по спіралі;
- е) видалення із матриці заданого рядка і заданого стовпчика.

7.57. Задана дійсна квадратна матриця порядку $2n$. Побудувати нову матрицю, переставляючи її блоки розміру $n \times n$



Мал. 7.1

- а) відповідно мал. 7.1 а);
 б) відповідно мал. 7.1 б).

7.58. Задані натуральне число m , цілі числа a_1, a_2, \dots, a_m і цілочисельна квадратна матриця порядку m . Рядок з номером i матриці назвемо відміченим, якщо $a_i > 0$, і невідміченим у протилежному випадку.

- а) всі елементи, розташовані у відмічених рядках матриці, перетворити за правилом: додатні замінити на -1 , від'ємні - на 1 , а нульові залишити без зміни;
 б) підрахувати кількість від'ємних елементів матриці, розташованих у відмічених рядках.

7.59. Задано дійсні матриці A, B, C, N порядку n , причому N - нульова матриця. Побудувати за цими матрицями матрицю D розміру $2n \times 3n$ у вигляді

$$D = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & N & A \end{pmatrix}.$$

7.61. Скласти програму пошуку заданого елемента матриці.

7.62. Скласти програму пошуку

- а) максимальної ; б) мінімальної
 компоненти вектора.

7.63. Скласти програму пошуку в заданому векторі компоненти:

- а) більшої за задане число;
 б) такої, що належить заданому відрізку на прямій.

7.64. Скласти програму підрахунку кількості максимальних і мінімальних компонент вектора.

7.65. Скласти програму одночасного обчислення максимальної і мінімальної серед компонент з парними і непарними номерами.

7.66. Скласти програму для обчислення суми компонент дійсного вектора, які розташовані між максимальною та мінімальною компонентами (всі компоненти вектора різні).

7.67. Задані координати n точок на площині $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. Знайти номери двох точок, відстань між якими найбільша (вважати, що така пара точок єдина).

7.68. Дано два дійсних вектори довжини n . Скласти програму пошуку найменшої серед тих компонент першого вектора, які входять до другого вектора.

7.69. Скласти програму пошуку спільної компоненти двох векторів.

7.70. Скласти програму пошуку в заданому векторі

- а) двох компонент, що дорівнюють заданому числу;
- б) двох нульових компонент, які йдуть підряд;
- в) двох рівних компонент;
- г) двох рівних компонент, які йдуть підряд;
- д) компонент, що є числами Фібоначі.

7.71. Скласти програму обчислення кількості інверсій в заданому векторі (тобто таких пар компонент, в яких більше число знаходиться зліва від меншого: $x_i > x_j$ при $i < j$).

7.72. Скласти програму, яка перевіряє впорядкованість вектора за зростанням. (Вектор (a_1, a_2, \dots, a_n) впорядкований за зростанням, якщо $a_1 < a_2 < \dots < a_n$).

7.73. Скласти програму пошуку спільної компоненти двох впорядкованих векторів.

7.74. Скласти програму перетворення дійсного вектора за наступним правилом: всі від'ємні компоненти вектора перенести в його початок, а всі інші - в кінець, зберігаючи початкове взаємне розташування як серед від'ємних, так і серед інших компонент.

7.75. Визначити два впорядкованих за неспаданням вектори. Скласти програму об'єднання

- а) всіх компонент;
- б) спільних компонент

цих двох векторів у третій, щоб він знову став впорядкованим за неспаданням.

7.76. Задана цілочисельна квадратна матриця порядку n і цілочисельний вектор довжини m . Замінити нулями в матриці ті елементи, для яких існують рівні серед компонент даного вектора.

7.86. Скласти програму обчислення норм дійсної матриці порядку n

$$\text{а) } \|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|, \quad \text{б) } \|A\|_2 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

7.87. Скласти програму обчислення у матриці

- а) найменшого елемента;
- б) найбільшого елемента;
- в) суми елементів рядка, в якому розташований елемент з найменшим значенням;
- г) суми найбільших значень елементів її рядків;
- д) суми елементів рядків з від'ємним елементом головної діагоналі.

7.88. Скласти програму перестановки місцями рядка матриці, що містить елемент з найменшим значенням із рядком, в якому міститься елемент з найменшим значенням.

7.89. Скласти програму пошуку найменшого серед найбільших елементів рядків квадратної дійсної матриці порядку n , тобто

$$\min_{1 \leq i \leq n} \max_{1 \leq j \leq n} \{ a_{ij} \}$$

7.90. Скласти програму пошуку в матриці

- а) індексів усіх її ненульових елементів;
- б) кількості усіх її різних елементів.

7.91. Дана дійсна матриця розміру $m \times n$. Скласти програму побудови вектора, компонентами якого є

- а) найменше значення елементів рядків;
- б) різниці між найбільшим і найменшим значеннями елементів рядків;
- в) найбільші із значень елементів рядків від початку до головної діагоналі включно.

7.92. Елемент матриці називається "особливим", якщо:

- 1) він більший за суму інших елементів свого стовпчика;
- 2) в його рядку зліва від нього знаходяться елементи, менші за нього, а справа - більші.

Скласти програму пошуку числа "особливих" елементів матриці.

7.93. Елемент матриці називається слабким локальним максимумом, якщо з нього не можна зсунутись на крок в жодному з чотирьох напрямів в бік більшого елемента. Елемент називається сильним локальним максимумом, якщо з нього не можна зсунутись по жодному з восьми напрямків.

Скласти програму обчислення кількості сильних і слабких максимумів матриці.

7.94. Скласти програму перевірки матриці на симетричність.

7.95. Скласти програму побудови за заданою матрицею A цілочисельного вектора b , присвоївши його k -ій компоненті значення 1, якщо виконується вказана нижче умова, і значення 0 в протилежному випадку:

- а) всі елементи k -го стовпчика однакові;
- б) елементи k -го рядка матриці впорядковані за спаданням;
- в) k -ий рядок матриці симетричний;
- г) елемент k -го рядка, що належить головній діагоналі, симетричний;
- д) елементи k -го рядка не перебільшують заданого числа x ;
- е) в k -му рядку матриці є хоча б один від'ємний елемент.

7.96. Скласти програму перестановки рядків і стовпчиків матриці так, щоб найбільший елемент її опинився у верхньому лівому куті.

Вказівка. Знаходимо номер рядка k і номер стовпчика l , що містять найбільший елемент матриці. Потім міняємо місцями 1-ий і k -ий рядки, 1-ий і l -ий стовпчикі матриці.

7.97. Елемент матриці назвемо сідловою точкою, якщо він є найменшим в своєму рядку і водночас найбільшим в своєму стовпчику. Для заданої цілочисельної матриці скласти програму пошуку індексів усіх її сідлових точок.

7.98. Дана дійсна квадратна матриця, всі елементи якої різні. Скласти програму обчислення скалярного добутку рядка, в якому знаходиться найбільший елемент матриці, на стовпчик з найменшим елементом.

7.99. Скласти програму, яка перевіряє, чи є задана цілочисельна квадратна матриця ортонормованою, тобто. такою, в якій скалярний добуток кожної пари різних рядків дорівнює 0, а скалярний добуток кожного рядка на себе дорівнює 1.

7.100. Скласти програму, що перевіряє чи є задана цілочисельна квадратна матриця магічним квадратом, тобто такою, в якій суми елементів в усіх рядках і стовпчиках однакові.

7.101. Дана бульова матриця. Відомо, що множина істинних елементів є об'єднанням прямокутників, що не перетинаються. Скласти програму обчислення їх кількості.

7.102. В умовах попереднього завдання скласти програму підрахунку кількості прямокутників, що є квадратами.

7.103. Задане деяке розташування чорних і білих пішаків (в довільній кількості) на шаховій дошці. Скласти програму підрахунку

- а) кількості можливих ходів білими;
- б) кількості взятъ білими;
- в) кількості чорних і білих пішаків під боєм.

7.107. Таблиця футбольного чемпіонату задана квадратною матрицею порядку n , в якій всі елементи, що належать головній діагоналі, дорівнюють нулеві, а кожний елемент, що не належить головній діагоналі, дорівнює 3, 1 або 0 (числу очок, набраних у грі: 3 - виграш, 1-нічия, 0-програш). Скласти програму

- а) знаходження кількості команд, що мають перемог більше, ніж поразок;
- б) визначення номерів, що пройшли чемпіонат без поразок;
- в) пошуку команд, що виграли більше половини ігор.

7.108. Задана бульова матриця СУСІДИ, елементи якої СУСІДИ(a,b) рівні істині, якщо країни a і b мають спільний кордон, і хибності - в протилежному випадку. Скласти процедуру пошуку країни, що має найбільшу кількість сусідів серед перелічених країн.

7.109. Задана дійсна матриця T , елементи якої $T(x,y)$ означають середньомісячну температуру на острові x в місяці y . Скласти процедуру, що визначає який місяць і на якому острові серед перелічених островів є найхолоднішим.

7.110. Задана непротирічна таблиця спорідненості ТС, елементи якої ТС(x,y) можуть приймати значення із списку (син, дочка, батько, мати, ні). Наприклад, ТС(x,y)=ні, якщо y не є ні одним з батьків, ні родичем, ні дитиною x'_a , ТС(x,y)=син, якщо y - син x'_a і т.п. Скласти процедуру пошуку

- а) будь-якої з онучок;
- б) будь-якого з дядьків;
- в) кількості двоюрідних братів і сестер людини з ім'ям n із заданого списку.

7.111. Знайти символ, який входить у рядок S найбільшу кількість разів.
Вказівка: визначити масив з індексами символного типу та елементами натурального типу, в якому обчислити та зберегти кількість входжень кожного символу у рядок S ; знайти максимальний елемент цього масиву.

5.61. Задана непорожня послідовність непорожніх слів з латинських літер. Словами називаються групи символів, які розділені одним чи кількома пропусками та не містять пропусків всередині себе. Визначити кількість слів, які:

- а) містяться в даній послідовності;
- б) починаються з заданої літери;
- в) закінчуються заданою літерою;
- г) починаються і закінчуються однією літерою;
- д) містять принаймні одну задану літеру;
- е) містять рівно три заданих літери.

5.62. В умовах попереднього завдання:

- а) знайти довжину самого короткого слова;
- б) підрахувати кількість входжень заданої літери в останнє слово даної послідовності.

5.103. Видалити з рядка всі повторні входження символів.

5.112. Словами називаються підрядки, які розділені одним чи кількома пропусками та не містять пропусків всередині себе. За рядком A скласти програму виведення на друк:

- а) всіх слів рядка у зворотньому порядку;
- б) усіх слів, які зустрічаються у рядку по одному разу;
- в) цього ж рядка, але з видаленням з нього повторних входжень слів.

5.113. Знайти

- а) найкоротше слово рядка;
- б) найдовше слово рядка;