

2. РОЗГАЛУЖЕНІ ПРОГРАМИ

2.1 Умови

2.1. Довести властивості булевих операцій

- а) $p \text{ or } q \equiv q \text{ or } p$;
- б) $(p \text{ and } q) \text{ and } r \equiv p \text{ and } (q \text{ and } r)$;
- в) $p \text{ or } q \text{ and } r \equiv (p \text{ or } q) \text{ and } (p \text{ or } r)$;
- г) $\text{not } (p \text{ or } q) \equiv \text{not } p \text{ and } \text{not } q$.

2.6. Довести властивості умов

- а) $x <= y \equiv \text{not } (x > y) \equiv x < y \text{ or } x == y$;
- б) $x >= y \equiv \text{not } (x < y) \equiv x > y \text{ or } x == y$.

2.7. Спростити булеві вирази

- а) $(x > 0 \text{ or } x == 0)$; б) $(x >= 0 \text{ and } x == 0)$; в) $\text{not } (x > 0 \text{ and } y > 0)$; г) $\text{not } (x == 0)$;
- д) $(x > 0 \text{ or } x >= 0)$; е) $(x > 0 \text{ or } x <= 0)$; ж) $(x > 0 \text{ and } x < 0)$;
- з) $x == 0 \text{ or } (x == 0 \text{ and } y > 0)$; і) $(x > 0 \text{ or } x <= 0) \text{ and } y > 0$;

Розв'язок. е). Користуючись властивостями булевих операцій та відношень, отримаємо

$$(x > 0 \text{ or } x <= 0) \equiv (x > 0) \text{ or } (x < 0) \text{ or } (x == 0) = (x != 0) \text{ or } (x == 0) = \text{True}.$$

2.8. Записати умову впорядкованості значень змінних a,b та c.

2.2 Бульове присвоєння

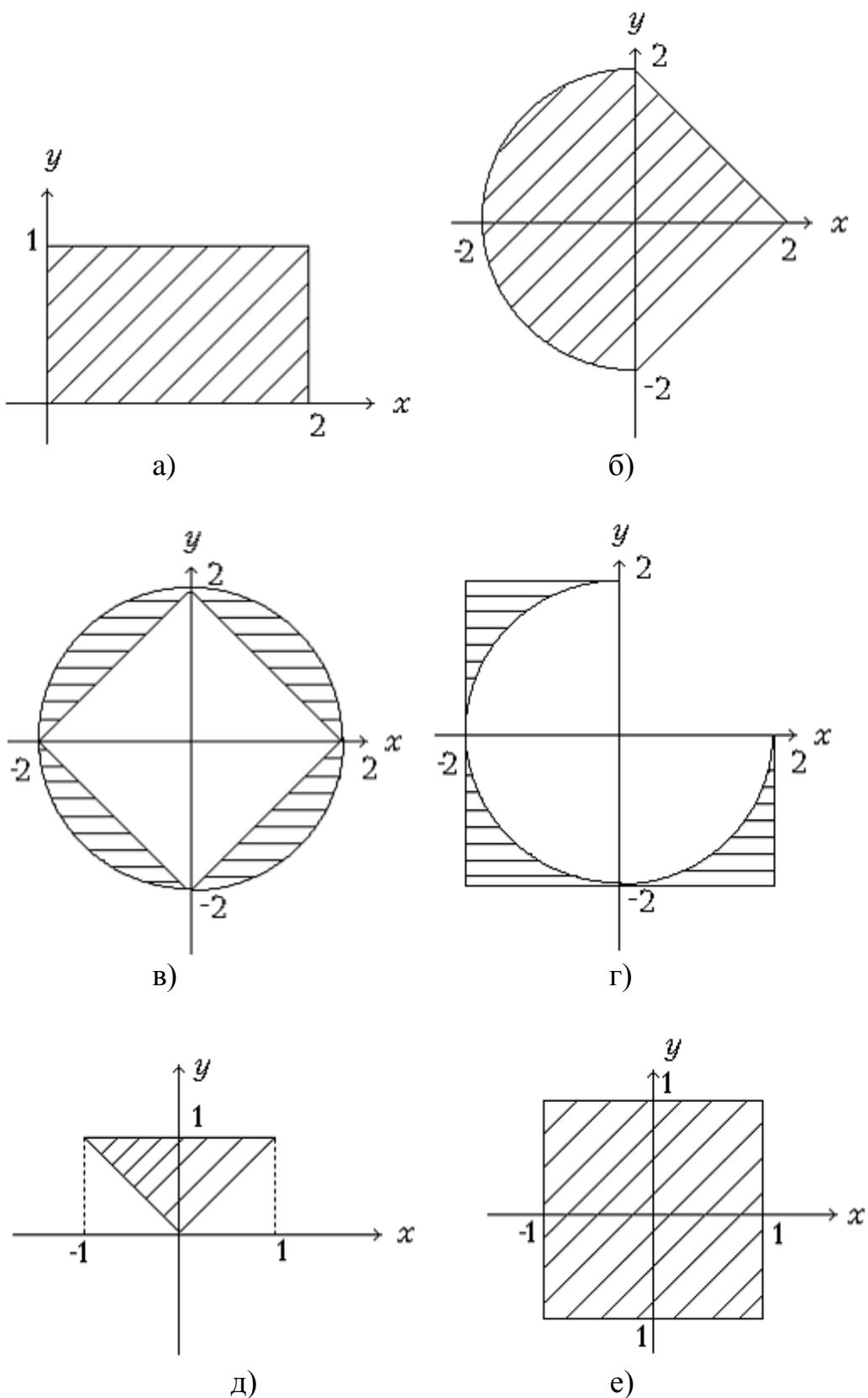
2.11. Виявити приналежність точки (x,y):

- а) першому; б) другому; в) третьому; г) четвертому координатному квадранту.

Вказівка. б). Розглянути булів вираз $(x <= 0 \text{ and } y >= 0)$.

2.12. Скласти програму перевірки можливості існування трикутника з заданими сторонами a, b, c .

2.6. Скласти програму перевірки приналежності точки (x, y) зафарбованій області (див мал. 2.1.)



Мал. 2.1.

Вказівка д). Розглянути булів вираз $(y \geq x) \text{ and } (y + x > 0) \text{ and } (y \leq 1)$

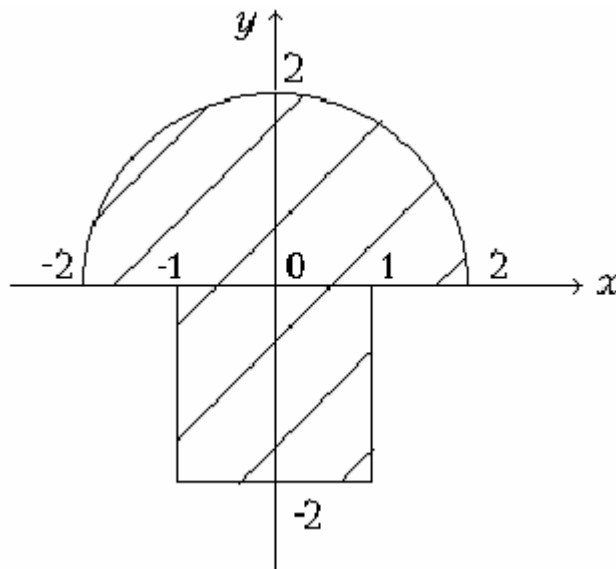
2.13. Точка площини задана своїми координатами (x, y) . Перевірити її приналежність

- а) кільцю з центром у точці $(1,2)$, внутрішнім радіусом 3 та зовнішнім радіусом 4;
 б) квадрату з центром у точці $(-2,1)$, сторони якого паралельні до координатних осей, довжина сторони дорівнює 4.

Вказівка а): розглянути булів вираз:

$$((x - 1)^2 + (y - 2)^2 \geq 9) \text{ and } ((x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 16)$$

2.14. Точка площини задана своїми координатами (x,y) . Скласти програму яка перевіряє приналежність точки грибу, зображеному на мал. 2.2.



Мал. 2.2. Гриб.

2.3 Розгалуження

2.15. Скласти програму вибору максимального з двох значень змінних a та b .

2.16. Впорядкувати значення змінних a та b таким чином, щоб виконувалося співвідношення $a \leq b$.

2.17. Скласти програму обчислення $\min(a,b,c)$.

2.18. Скласти програму для обчислення величини a і виконати її для вказаних значень аргументів:

а) $a = \max(x,y,z)$; $x=1, y=2, z=3$; $x=2, y=1, z=0$;

б) $a = \max(2 * x, x^2, 1-x)$; $x=0, x=1, x=-2$.

2.19. Скласти програму визначення кількості максимальних чисел серед a,b,c .

Вказівка: позначимо через $\text{число_max}(a,b)$ і $\text{max}(a,b)$ відповідно кількість максимальних серед чисел a і b та їх максимум. Кількість максимумів визначимо як

$$\text{число_max}(a,b) = \begin{cases} 2, & \text{якщо } a = b, \\ 1, & \text{якщо } a \neq b. \end{cases}$$

Тоді $\text{число_max}(a,b,c)$ можна визначити як

$$\text{число_max}(a,b,c) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } c > \text{max}(a,b), \\ \text{число_max}(a,b)+1, & \text{якщо } c = \text{max}(a,b), \\ \text{число_max}(a,b), & \text{якщо } c < \text{max}(a,b). \end{cases}$$

2.20. Скласти програму знаходження кількості різних чисел серед a, b, c .

2.21. Обчислити значення функцій:

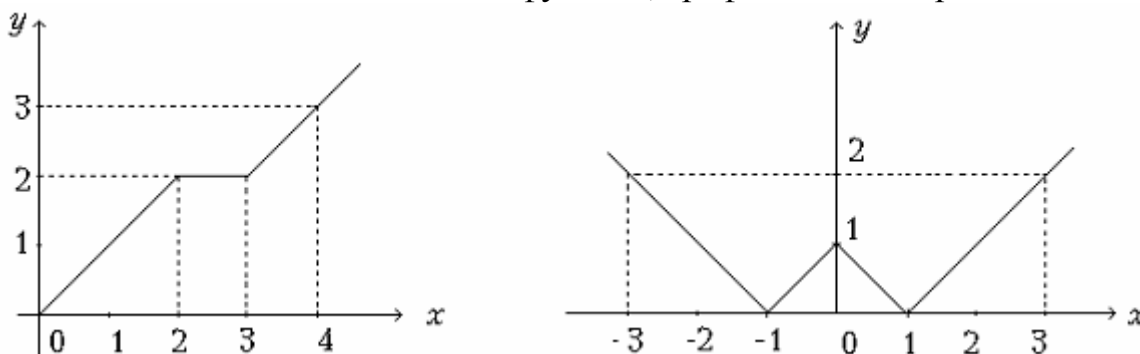
а) $y = |x|;$

б) $y = \text{sign}(x);$

в) $y = \begin{cases} x^2, & \text{при } -3 \leq x < 2, \\ 9, & \text{у інших випадках,} \end{cases}$

г) $y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0, \\ x^2, & \text{якщо } 0 < x \leq 1, \\ x^4, & \text{у інших випадках.} \end{cases}$

2.22. Обчислити значення функцій, графіки яких зображені на мал. 2.3.



Мал 2.3. Графіки функцій до завдання 2.22.

2.23. Обчислити значення виразу:

$$z = \begin{cases} \max(x, y + 5), & x > y, \\ \min(x + 1, y, 3), & x \leq y. \end{cases}$$

2.24. Обчислити значення $x=f(y)$ -6.3, де $y=z+2$ та

$$f(y) = \begin{cases} y^2 - 0.3, & y < 0, \\ 0, & 0 \leq y \leq 1, \\ y^2 + y, & y > 1. \end{cases}$$

2.25. Скласти розгалуження для обчислення величин:

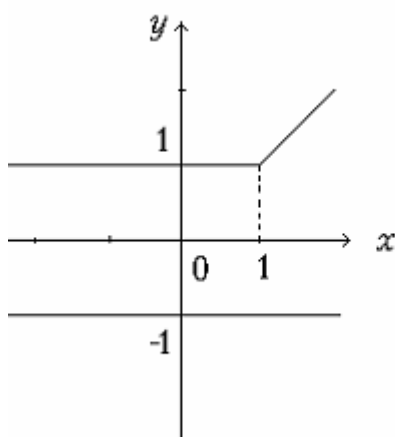
$$б) \quad a = \begin{cases} x^{(y^z)}, & \text{якщо } y > 0, z > 0, \\ x^{(-y)^{(-z)}} & \text{якщо } y < 0, z < 0, \\ 0, & \text{у інших випадках.} \end{cases}$$

2.26. Скласти програму для розв'язання системи рівнянь при заданому значенні параметра a

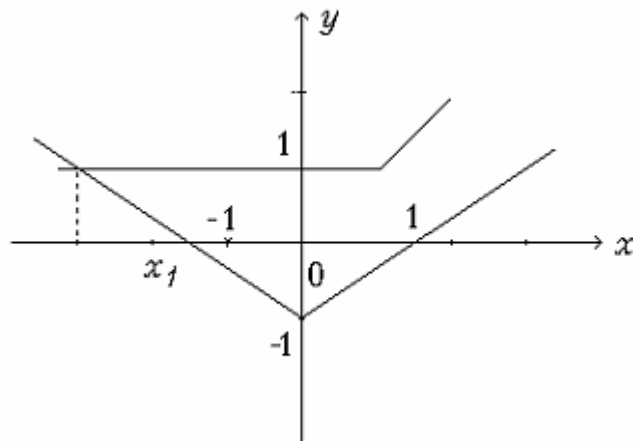
$$\begin{cases} y = \max(1, x) \\ y = |a \cdot x| - 1. \end{cases}$$

Виконати її при $a=-0.5$; $a=1.5$; $a=3$.

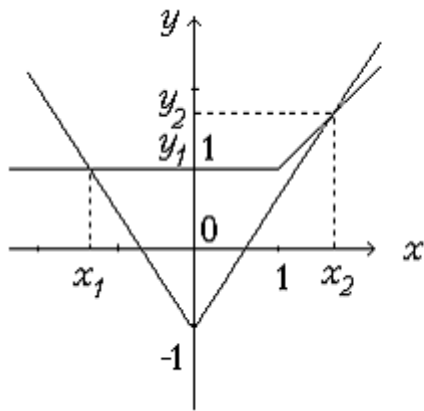
Вказівка: взаємне розміщення графіків при різних значеннях параметра a зображено на мал. 2.4.



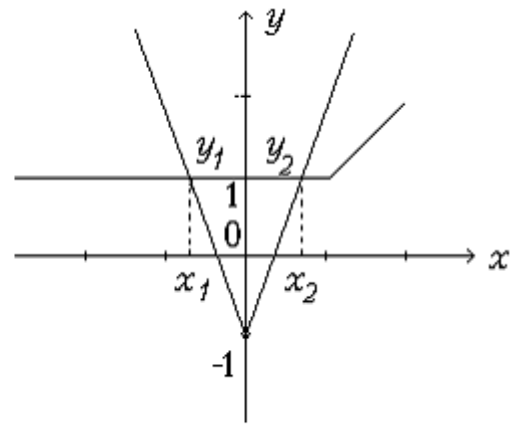
а) $a=0$



б) $0 < |a| \leq 1$



в) $1 < |a| \leq 2$



г) $|a| > 0$

Мал. 2.4. Залежність графіка системи від $|a|$.

2.27. Скласти програми для розв'язання систем рівнянь при заданому значенні параметра a :

а) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = |a(x - 1)| \end{cases}$; б) $\begin{cases} y = ax + b \\ |x| + |y| = 1 \end{cases}$; в) $\begin{cases} (x^2 - 1)(y^2 - 1) = 0 \\ (x - a)^2 = (y - b)^2 \end{cases}$.

2.28. Скласти програми дослідження

- а) рівняння $ax^2 + bx + c = 0$;
 б) рівняння $ax^4 + bx^2 + c = 0$;

в) системи $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

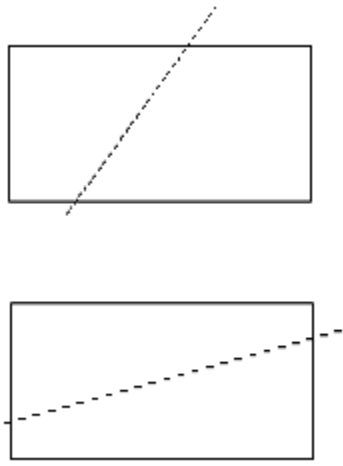
2.29. Скласти алгоритм обчислення інтервалу від'ємності функції $f(x) = \max\{a-x, b-2x, x+c\}$ при довільних a, b, c .

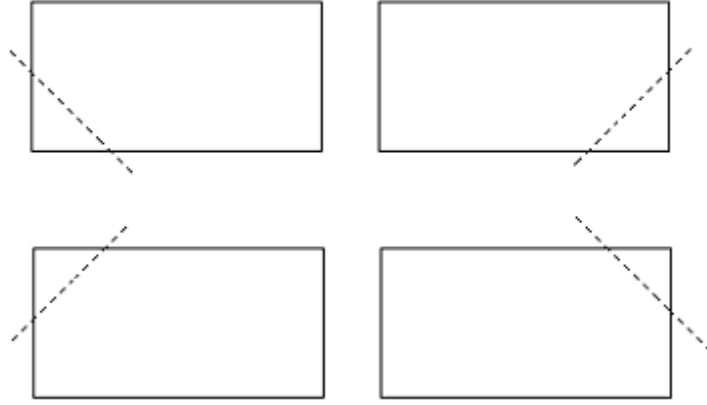
2.30. Скласти програму для обчислення різниці площ фігур на які пряма $y=ax+b$ ділить прямокутник $P = \{(x, y) : a_1 \leq x \leq a_2, b_1 \leq y \leq b_2\}$.

Вказівка: розглянути випадок $a = 0$ та табл. 2.2.

Таблиця 2.2. Розгляд випадків до завдання 2.22

Дві трапеції

$a_1 \leq \frac{b_2 - b}{a} \leq a_2 \quad 3$ $a_1 \leq \frac{b_1 - b}{a} \leq a_2$ <hr style="width: 50%; margin: 10px auto;"/> $b_1 \leq aa_1 + b \leq b_2 \quad 3$ $b_1 \leq aa_2 + b \leq b_2$	
--	--

Трикутник і п`ятикутник	
	$b_1 \leq aa_1 + b \leq b_2 \mid b_1 \leq aa_2 + b \leq b_2$
$a_1 \leq \frac{b_1 - b}{a} \leq a_2$ <hr style="width: 50%; margin: 10px auto;"/> $a_1 \leq \frac{b_2 - b}{a} \leq a_2$	

2.31. Скласти програму, яка перевіряє приналежність точки $P(x,y,z)$ поверхні кулі з радіусом R і центром в точці $O(a,b,c)$.

2.32. Скласти програму, яка перевіряє приналежність початку координат трикутнику з вершинами $(x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3)$.

2.33. Скласти програму, яка по колу $(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2$ та прямій $ax+by+c=0$ встановлює, який випадок має місце:

- 1) дві точки перетину;
- 2) одна точка дотику;
- 3) жодної спільної точки.

2.34. Знайти число точок перетину кола $x^2 + y^2 = r^2$ з відрізком $\{x=a, b \leq y \leq b+d^2\}$.

2.35. З'ясувати, чи перетинаються два відрізки на площині.

2.36. З'ясувати, чи перетинаються два кола на площині.

2.37. Скласти програму обчислення площі та периметра а) об'єднання;
б) перетину двох прямокутників:

$$P_1 = \{(x, y) : a_1 \leq x \leq a_2, b_1 \leq y \leq b_2\}, P_2 = \{(x, y) : c_1 \leq x \leq c_2, d_1 \leq y \leq d_2\}.$$