КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ (СТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ ЗБУРЕННЯМИ)

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

КИЇВ – 2012

Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної фізики

"Затверджую"
Голова Вченої ради _________ М.Ф. Городній

СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ
(СТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ ЗБУРЕННЯМИ)

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ
освітньо-професійних програм підготовки магістрів математики
1 семестр II року навчання

Затверджено
Вченою радою
механіко-математичного факультету
протокол № ____ від ____.____.20___ р.

Погоджено з науково-методичною комісією
____.__________.20__ р.

____
Підпис голови НМК ф-ту

Викладач
к.ф.-м.н., доцент Креневич А.П.

КИЇВ-2011

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Стохастичний аналіз (Стійкість систем диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями)» є спеціальним курсом для магістрів спеціальності «математики» механіко-математичного факультету, який викладається у першому семестрі II року навчання в обсязі 2-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) в тому числі 41 годин аудиторних занять, з них 34 години лекцій, 7 годин самостійної роботи. Вивчення дисципліни закінчується контрольною роботою.

Метою і завданням навчальної дисципліни «Стійкість систем диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями» є ознайомлення студентів з математичними моделями реальних фізичних процесів, що не описуються детермінованими законами і еволюція яких залежить від випадкових факторів.

Предмет навчальної дисципліни «Стохастичний аналіз (Стійкість систем диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями)» включає поняття про випадкові процеси, що є розв'язками диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями чи розв'язками стохастичних диференціальних рівнянь, дослідження їхніх властивостей, якісної поведінки.

Вимоги до знань та вмінь

Знати: означення випадкового процесу, стохастично неперервного випадкового процесу, дисипативної системи, обмеженого з ймовірністю 1 та за ймовірністю процесу, стійкого з ймовірністю 1, за ймовірністю та в середньому квадратичному процесу, означення марківського процесу, теореми існування і єдиності розв'язку диференціального рівняння з випадковими збуреннями та розв'язку стохастичного диференціального рівняння, методи якісного дослідження диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями та стохастичних диференціальних рівнянь, тереми про умови стійкості розв'язків.

Вміти: досліджувати питання про існування і єдиність розв'язків диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями і стохастичних диференціальних рівнянь на заданому часовому проміжку, оцінювати розв'язки диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями та стохастичних диференціальних рівнянь, досліджувати їхню поведінку на додатній півосі, використовувати перший та другий методи Ляпунова до дослідження стійкості диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями і стохастичних диференціальних рівнянь.

Система контролю знань. Навчальна дисципліна оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з одного модуля, до якого входить матеріал всіх навчальних тем дисципліни.

Результати навчальної діяльності студентів протягом семестру оцінюються за 100-бальною шкалою.

Форми поточного контролю: оцінювання роботи під час самостійної роботи та опитування з теоретичного матеріалу. За самостійну роботу студент може отримати максимально 50 балів та 10 балів за усні відповіді та доповнення на лекційних заняттях.

Модульний контроль: модульна контрольна робота.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	**Практичні заняття**	**Самостійна робота**
МОДУЛЬ 1.				
1.	Диференціальні рівняння з випадковими збуреннями.	10		2
2.	Стохастичне диференціальне рівняння Іто.	6		1
3.	Другий метод Ляпунова для стохастичних диференціальних рівнянь Іто	8		2
4.	Лінійні та квазілінійні стохастичні системи Іто	10		2
Всього годин 43 з них		34		7

В результаті виконання самостійних робіт, домашніх завдань, опитування студентів на лекціях, ведення конспекту, виконання модульної контрольної роботи протягом семестру студент може отримати 100 балів:

Семестр	Модуль	Лекційні заняття та самостійна робота	Модульний контроль	Всього
I	Модуль 1	60	40	100
I	Всього	60	40	100

На лекційних заняттях студент може отримати від 1 до 3 балів за кожну правильну відповідь. За виконання кожної самостійної роботи студент може отримати до 10 балів.

Кількість балів, яку студент набрав протягом семестру відповідає оцінкам за національною шкалою згідно із наведеною нижче шкалою відповідності

Шкала відповідності оцінки за 100-бальною та національною шкалами

За 100-бальною шкалою	Оцінка іспиту за національною шкалою		Оцінка заліку за національною шкалою
90 – 100	5	відмінно	зараховано

За 100-бальною шкалою	Оцінка іспиту за національною шкалою		Оцінка заліку за національною шкалою
75 – 89	4	добре	
60 – 74	3	задовільно	
1 – 59	2	незадовільно	не зараховано

ТЕМИ ЛЕКЦІЙ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

І семестр

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1.

ТЕМА № 1. Диференціальні рівняння з випадковими збуреннями.

Лекція 1. Основні означення і позначення – 2 год.

Означення ймовірнісного простору. Означення випадкового процесу. Означення сепарабельного випадкового процесу. Означення стохастично-неперервного випадкового процесу.

Лекція 2. Основні теореми з теорії звичайних диференціальних рівнянь – 2 год.

Означення розв'язку диференціальних рівнянь. Основні теореми з теорії звичайних диференціальних рівнянь. Теореми існування і єдиність розв'язку звичайного диференціального рівняння та про продовження розв'язку. Лема Гронуолла-Беллмана. Дисипативність систем диференціальних рівнянь.

Лекція 3. Випадковий процес, як розв'язок диференціального рівняння – 2 год.

Означення розв'язку диференціального рівняння з випадковим збуренням. Теореми про існування і єдиність розв'язку диференціального рівняння з випадковим збуренням. Приклади.

Лекція 4. Обмеженість за ймовірністю випадкових процесів, що визначаються системою диференціальних рівнянь – 2 год.

Теореми про дисипативність системи диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями. Приклади.

Лекція 5. Стійкість диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями – 2 год.

Означення стійкого за ймовірністю, асимптотично стійкого за ймовірністю, *p*-стійкого, асимптотичного *p*-стійкого, експоненціально *p*-стійкого та стійкого з ймовірісню 1 розв'язку диференціального рівняння з випадковими збуреннями. Теореми Ляпунова про стійкість диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 1-5 – 2 год.

Література [1-3, 6-8].

ТЕМА № 2. Стохастичне диференціальне рівняння Іто.

Лекція 6. Стохастичний інтеграл Іто – 2 год.

Означення стохастичного інтегралу Іто. Побудова та основні властивості.

Лекція 7. Стохастичне диференціальне рівняння Іто – 2 год.

Означення та приклади. Теорема існування і єдиності розв’язку стохастичного диференціального рівняння Іто.

Лекція 8. Формула Іто – 2 год.

Формула Іто для стохастичного диференціального рівняння. Приклади застосування. Розв’язання лінійного одновимірного стохастичного диференціального рівняння Іто.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 6-8 – 1 год.

Література [1, 3-5].

ТЕМА № 3. Другий метод Ляпунова для стохастичних диференціальних рівнянь Іто

Лекція 9. Стійкість тривіального розв’язку стохастичного диференціального рівняння Іто – 2 год.

Означення стійкого за ймовірністю, асимптотично стійкого за ймовірністю, *p*-стійкого, асимптотичного *p*-стійкого, експоненціально *p*-стійкого, стійкого в середньому квадратичному, асимптотично та експоненціально стійкого в середньому квадратичному, стійкого з ймовірісню 1, стохастично стійкого та асимптотично стохастично стійкого тривіального розв’язку стохастичного диференціального рівняння Іто.

Лекція 10. Другий метод Ляпунова при аналізі стійкості в середньому квадратичному – 2 год.

Теореми про зв'язок асимптотичної стійкості в середньому квадратичному та асимптотичної стохастичної стійкості. Теореми Ляпунова про асимптотичну стійкість в середньому квадратичному.

Лекція 11. Експоненціальна *p*-стійкість – 2 год.

Теорема про необхідні і достатні умови експоненціальної *p*-стійкості в термінах функціоналів Ляпунова-Красовського, наслідки з неї.

Лекція 12. Стохастична стійкість – 2 год.

Теорема про асимптотичну стохастичну стійкість та наслідки з неї.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 9-12 – 2 год.

Література [1, 3-5].

ТЕМА № 4. Лінійні та квазілінійні стохастичні системи Іто

Лекція 13. Експоненціальна дихотомія в середньому квадратичному – 2 год.

Означення експоненціально дихотомічної системи в середньому квадратичному. Достатні умови експоненціальної дихотомії на додатній півосі.

Лекція 14. Дослідження експоненціальної дихотомії за допомогою квадратичних форм – 2 год.

Теорема про достатню умову експоненціальної дихотомії в середньому квадратичному.

Лекція 15. Обмежені на осі в середньому квадратичному розв'язки лінійних систем. – 2 год.

Означення розв'язку стохастичного рівняння Іто на всій дійсній осі. Теорема про достатні умови існування розв'язку стохастичного рівняння обмеженого на всій осі.

Лекція 16. Асимптотична відповідність стохастичних систем Іто– 4 год.

Означення асимптотичної відповідності в середньому квадратичному та з ймовірністю 1. Достатні умови асимптотичної відповідності для лінійних, квазілінійних та нелінійних систем Іто.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 13-16 – 2 год.

Література [5].

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Означення випадкового процесу.
2. Означення стохастично-неперервного випадкового процесу.
3. Теореми про існування і єдиність розв’язку диференціального рівняння з випадковим збуренням.
4. Теорема існування і єдиності розв’язку стохастичного диференціального рівняння Іто.
5. Означення та типи стійкості розв’язку диференціального рівняння з випадковими збуреннями, стохастичного диференціального рівняння Іто.
6. Формула Іто, приклади застосування.
7. Теореми Ляпунова про асимптотичну стійкість в середньому квадратичному.
8. Теорема про необхідні і достатні умови експоненціальної p-стійкості.
9. Теорема про асимптотичну стохастичну стійкість та наслідки з неї.
10. Означення експоненціально дихотомічної системи в середньому квадратичному.
11. Достатні умови експоненціальної дихотомії на додатній півосі.
12. Теорема про достатню умову експоненціальної дихотомії в середньому квадратичному в термінах квадратичних форм.
13. Теорема про достатні умови існування розв’язку стохастичного рівняння обмеженого на всій осі.
14. Теорема про достатні умови асимптотичної відповідності для лінійної системи Іто
15. Теорема про достатні умови асимптотичної відповідності для нелінійної системи Іто

ЛІТЕРАТУРА

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. – К.: Наукова думка, 1968. –354 с.
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М., 1965.
3. Хасьминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров, – К.: Наука,1969. – 368 с.
4. Царьков Е.Ф. Случайные возмущения дифференциально-функционадьных уравнений. – Рига: Зинатне, 1989. – 421 с.
5. Самойленко А.М., Станжицький О.М. Якісний та асимптотичний аналіз диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями. – К.:Наукова думка, 2009. – 336 с.
6. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. –368 с.
7. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння: Підручник. – К.:Либідь, 2003. – 600 с.
8. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. – М.:Высшая школа, 1989. – 383 с.

Затверджено на засіданні кафедри математичної фізики, протокол № __ від __.________.2012 р.

Завідувач кафедри
професор В.Г. Самойленко