

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ
(РІВНЯННЯ З ЧАСОВОЮ ШКАЛОЮ)**

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

КИЇВ – 2011

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної фізики**

"Затверджую"

Голова Вченої ради _____ М.Ф. Городній

**МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ
(РІВНЯННЯ З ЧАСОВОЮ ШКАЛОЮ)**

**РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ
освітньо-професійних програм підготовки спеціалістів математики
1 семестр I року навчання**

Затверджено
Вченою радою
механіко-математичного факультету
протокол № ____ від _____.____.20__ р.

Погоджено з науково-методичною комісією
_____._____.20__ р.

Підпис голови НМК ф-ту

Викладач
к.ф.-м.н., доцент Кренивич А.П.

КИЇВ-2011

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Методи математичного моделювання фізичних процесів (Рівняння з часовою шкалою)» є спеціальним курсом для спеціалістів спеціальності «математики» механіко-математичного факультету, який викладається у першому семестрі I року навчання в обсязі 2-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) в тому числі 41 годин аудиторних занять, з них 34 години лекцій, 7 годин самостійної роботи. Вивчення дисципліни закінчується контрольною роботою.

Метою і завданням навчальної дисципліни «Рівняння з часовою шкалою» є ознайомлення студентів з математичними методами моделювання фізичних процесів, що залежать від часової змінної, яка може змінюватися як неперервно, так і дискретно на деякому часовому інтервалі.

Предмет навчальної дисципліни «Методи математичного моделювання фізичних процесів (Рівняння з часовою шкалою)» включає поняття про часові шкали, методи побудови похідних та інтегралів для функцій, що задані на часових шкалах, знайомство з рівняннями на часових шкалах, що є узагальненнями диференціальних та різницевих рівнянь, основні способи їх розв'язання.

Вимоги до знань та вмінь

Знати: означення часової шкали, приклади часових шкал, приклади фізичних процесів, що задаються на часових шкалах, класифікацію точок часової шкали, означення прямого та зворотного операторів зсуву, поняття дельта-похідної та дельта-похідних старших порядків, способи та правила обчислення дельта-похідних, поняття інтегралу на часовій шкалі, способи та правила знаходження невизначених та визначених інтегралів на часовій шкалі, побудову та основні методи розв'язання рівнянь на часовій шкалі.

Вміти: класифікувати точки часової шкали, знаходити дельта-похідні першого та старших порядків в точці та на множині від функцій що задані на абстрактних та конкретних часових шкалах, знаходити невизначений інтеграл на часовій шкалі та знаходити визначений інтеграл на часовій шкалі, розв'язувати основні типи рівнянь на часовій шкалі.

Система контролю знань. Навчальна дисципліна оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з одного модуля, до якого входить матеріал всіх навчальних тем дисципліни.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою у кожному з семестрів.

Форми поточного контролю: оцінювання роботи під час самостійної роботи та опитування з теоретичного матеріалу. За самостійну роботу студент може отримати максимально 50 балів та 10 балів за усні відповіді та доповнення на лекційних заняттях.

Модульний контроль: модульна контрольна робота.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

| № теми | Назва теми | Кількість годин | | |
|--|--|-----------------|-------------------|-------------------|
| | | Лекції | Практичні заняття | Самостійна робота |
| МОДУЛЬ 1. РІВНЯННЯ З ЧАСОВОЮ ШКАЛОЮ | | | | |
| 1. | Часова шкала. Дельта-похідна функції на часовій шкалі | 10 | | 2 |
| 2. | Регулярність та неперервність функції на часовій шкалі | 4 | | 1 |
| 3. | Інтеграл на часовій шкалі | 6 | | 1 |
| 4. | Диференціювання складної функції на часовій шкалі | 4 | | 1 |
| 5. | Рівняння на часовій шкалі | 10 | | 2 |
| Всього годин 43 з них | | 34 | | 7 |

В результаті виконання самостійних робіт, домашніх завдань, опитування студентів на лекціях, ведення конспекту, виконання модульної контрольної роботи протягом семестру студент може отримати 100 балів:

| Семестр | Модуль | Лекційні заняття та самостійна робота | Модульний контроль | Всього |
|---------|----------|---------------------------------------|--------------------|--------|
| I | Модуль 1 | 60 | 40 | 100 |
| I | Всього | 60 | 40 | 100 |

На лекційних заняттях студент може отримати від 1 до 3 балів за кожну правильну відповідь. За виконання кожної самостійної роботи студент може отримати до 10 балів.

Кількість балів, яку студент набрав протягом семестру відповідає оцінкам за національною шкалою згідно із наведеною нижче шкалою відповідності

Шкала відповідності оцінки за 100-бальною та національною шкалами

| За 100-бальною шкалою | Оцінка іспиту за національною шкалою | | Оцінка заліку за національною шкалою |
|-----------------------|--------------------------------------|----------|--------------------------------------|
| 90 – 100 | 5 | відмінно | зараховано |

| За 100-бальною шкалою | Оцінка іспиту за національною шкалою | | Оцінка заліку за національною шкалою |
|------------------------------|---|--------------|---|
| 75 – 89 | 4 | добре | |
| 60 – 74 | 3 | задовільно | |
| 1 – 59 | 2 | незадовільно | не зараховано |

ТЕМИ ЛЕКЦІЙ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

I семестр

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. РІВНЯННЯ З ЧАСОВОЮ ШКАЛОЮ

ТЕМА № 1. Часова шкала. Дельта-похідна функції на часовій шкалі

Лекція 1. Поняття про часову шкалу. – 2 год.

Означення часової шкали. Приклади часових шкал. Приклади моделей фізичних процесів заданих на часових шкалах. Класифікація точок часової шкали. Прямий та зворотній оператори зсуву. Функція зернистості. Відрізки та інтервали на часовій шкалі.

Лекція 2. Означення дельта похідної. – 2 год.

Означення функції заданої на часовій шкалі. Означення дельта-похідної функції в точці та на множині. Поняття про неперервність функції на часовій шкалі. Приклади знаходження дельта-похідної.

Лекція 3. Теорема про диференціювання функції заданої на часовій шкалі. – 2 год.

Теорема про диференціювання функції заданої на часовій шкалі. Неперервність диференційованої функції. Дельта-похідна функції у відокремленій справа точці. Дельта-похідна функції у право-граничній точці. Приклади.

Лекція 4. Правила диференціювання, операції з похідною. – 2 год.

Правила диференціювання суми, різниці, добутку та частки диференційованих функцій.

Лекція 5. Дельта-похідні вищих порядків. – 2 год.

Означення дельта-похідної другого порядку та порядку вищого за другий. Приклади. Недиференційованість прямого оператора зсуву. Теорема про неіснування другої похідної у загальному випадку добутку двох диференційованих функцій.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 1-5 – 2 год.

Література [1,2].

ТЕМА № 2. Регулярність та неперервність функції на часовій шкалі

Лекція 6. Регулярність, неперервність, rd-неперервність функцій на часовій шкалі. – 2 год.

Означення регулярної, rd-неперервної, неперервної функції в точці та на часовій шкалі. Приклади. Теорема включень: неперервність \Rightarrow rd-неперервність \Rightarrow регулярність. rd-неперервність оператора зсуву. rd-неперервність, регулярність суперпозиції неперервної та rd-неперервної, регулярної функцій.

Лекція 7. Пре-диференційованість функцій на часовій шкалі. – 2 год.

Означення пре-диференційованої функції. Теорема про середнє значення для пре-диференційованої функції. Приклади. Наслідок з теореми про середнє значення.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 6-7 – 1 год.

Література [1,2].

ТЕМА № 3. Інтеграл на часовій шкалі

Лекція 8. Первісна функції на часовій шкалі. – 2 год.

Означення первісної на часовій шкалі. Теорема про існування первісної. Теорема про структуру первісної на часовій шкалі. Невизначений інтеграл від функції на часовій шкалі.

Лекція 9. Визначений інтеграл на часовій шкалі. – 2 год.

Означення визначеного інтегралу на часовій шкалі. Теорема про існування визначеного інтегралу. Аналог формули Ньютона-Лейбніца.

Лекція 10. Правила інтегрування – 2 год.

Лінійність, адитивність інтегралу. Формули інтегрування частинами. Зв'язок визначеного інтегралу з інтегралом Рімана.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 8-10 – 1 год.

Література [1,2,10].

ТЕМА № 4. Диференціювання складної функції на часовій шкалі

Лекція 11. Диференціювання складної функції. – 2 год.

Теореми про диференціювання суперпозиції. Часткові випадки: представлення похідної складної функції за допомогою проміжної точки на часовій шкалі, представлення похідної складної функції у інтегральній формі. Приклади.

Лекція 12. Диференціювання складної функції (продовження) – 2 год.

Теорема про диференціювання суперпозиції функцій (випадок строго зростаючих функцій). Приклади. Теорема про диференціювання інверсії. Теорема про заміну змінної у визначеному інтегралі. Приклади.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 10-11 – 1 год.

Література [1,2].

ТЕМА № 5. Рівняння на часовій шкалі

Лекція 13. Динамічні рівняння на часовій шкалі – 2 год.

Означення, побудова та приклади динамічних рівнянь на часовій шкалі. Поняття про задачу Коші. Поняття про розв'язок задачі Коші на часовій шкалі.

Лекція 14. Лінійні рівняння на часовій шкалі – 2 год.

Лінійне рівняння першого порядку на часовій шкалі. Означення, приклади. Аналог методу варіації довільної сталої. Приклади розв'язання лінійних рівнянь методом варіації довільної сталої. Лінійні рівняння старших порядків на часовій шкалі. Означення, приклади та методи розв'язання.

Лекція 15. Рівняння Ейлера на часовій шкалі. – 2 год.

Рівняння Ейлера на часовій шкалі. Означення, приклади. Теорема про існування розв'язку рівняння Ейлера. Приклади розв'язання рівняння Ейлера на часовій шкалі.

Лекція 16. Рівняння логістики на часовій шкалі – 2 год.

Рівняння логістики на часовій шкалі. Означення, приклади. Теорема про існування розв'язку рівняння логістики. Приклади розв'язання рівнянь логістики на часовій шкалі.

Лекція 17. Рівняння Бернуллі та Рікатті на часовій шкалі. – 2 год.

Рівняння Бернуллі на часовій шкалі. Означення, приклади. Теорема про існування розв'язку рівняння Бернуллі. Рівняння Рікатті на часовій шкалі. Означення, приклади. Теорема про існування та представлення розв'язку рівняння Рікатті. Приклади розв'язання рівнянь Бернуллі та Рікатті на часовій шкалі.

Самостійна робота з вивчення матеріалу лекції № 13-17 – 2 год.

Література [1-5].

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Означення часової шкали. Приклади часових шкал.
2. Інтервал та відрізок часової шкали. Множина T^k .
3. Означення функції заданої на часовій шкалі.
4. Теорема про дельта-похідну для відокремлених справа та правограничних точок часової шкали. Недиференційованість прямого оператора зсуву у загальному випадку.
5. Похідна суми, добутку та частки диференційованих функцій.
6. Похідна другого порядку. Похідна другого порядку для добутку двох диференційованих функцій.
7. Означення регулярної функції. Означення rd -неперервної функції.
8. Означення пре-диференційованої функції.
9. Первісна функції на часовій шкалі.
- 10.Невизначений інтеграл. Теорема про структуру невизначеного інтегралу.
- 11.Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца.
- 12.Лінійність, адитивність визначеного інтегралу. Інтегрування частинами.
- 13.Теореми про диференціювання суперпозиції функцій.
- 14.Теорема про заміну змінної у визначеному інтегралі.
- 15.Означення динамічного рівняння на часовій шкалі.
- 16.Розв'язок рівняння на часовій шкалі.
- 17.Означення задачі Коші на часовій шкалі.
- 18.Лінійне рівняння на часовій шкалі та метод варіації довільної сталої.
- 19.Рівняння Ейлера на часовій шкалі та способи його розв'язання.
- 20.Рівняння логістики на часовій шкалі та способи його розв'язання.
- 21.Рівняння Бернуллі на часовій шкалі та способи його розв'язання.
- 22.Рівняння Рікатті на часовій шкалі та способи його розв'язання.

ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Bohner M., Peterson A. Dynamic Equations on Time Scales. – Birkhäuser-Boston, 2001.
2. Bohner M., Peterson A. Advances in dynamic equations on time scales. – Birkhäuser-Boston-Basel-Berlin, 2003.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. – 368 с.
4. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння: Підручник. – К.:Либідь, 2003. – 600 с.
5. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. – М.:Высшая школа, 1989. – 383 с.

Додаткова література

6. Ahlbrandt C. D., Morian C. Partial differential equations on time scales // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2002. – 141.– P.35–55.
7. Bohner M., Guseinov G. Partial differentiation on time scales. // Dynamic Systems and Applications. – 2004. – vol.13 – P.351–379.
8. Bohner M., Saker S. Oscillation of second order half-linear dynamic equations on discrete time scales. // International Journal of Differential Equations. – 2006. – №2. – P.205–218.
9. Guseinov G. Integration on time scales. // Journal of Mathematical Analysis and Applications – 2003.– vol.285. – P.107–127.
10. Jackson B. Partial dynamic equations on time scales // Journal of Computational and Applied Mathematics. –2006. – vol.186. – P.391–415.

Затверджено на засіданні кафедри математичної фізики, протокол № 9 від 21.04.2011 р.

Завідувач кафедри
професор

В.Г. Самойленко