

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ
ФІЗИКИ**

**РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
ДИСЦИПЛІНИ ВІЛЬНОГО ВИБОРУ СТУДЕНТА**

КИЇВ – 2012

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної фізики**

"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Голова вченої ради _____ М.Ф. Городній

**НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ
ФІЗИКИ**

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ВІЛЬНОГО ВИБОРУ

освітньо-професійних програм підготовки
бакалаврів математики ІУ курс, ІІ семестр

Затверджено вченою радою
механіко-математичного факультету
протокол № ____ від " ____ " _____ 2012 р.

Викладачі: к.ф.-м.н., доцент ВАКАЛ Є.С.

Погоджено з науково-методичною комісією
" ____ " _____ 2012 р.

Підпис голови НМК факультету

Київ – 2012

Методичні рекомендації з вивчення дисципліни

Дисципліна вільного вибору студента "Наближені методи розв'язання задач математичної фізики" читається для студентів, які навчаються за напрямом підготовки "Математика" та спеціалізуються по кафедрі математичної фізики. Викладається дисципліна на ІУ курсі, протягом ІІ семестру, у обсязі 90 годин (2,5 кредитів за Європейською кредитно-трансферною системою ECTS), в тому числі 48 годин лекцій та 10 годин самостійних робіт. Викладання ґрунтується на матеріалах лекцій.

Метою і завданням дисципліни вільного вибору "Наближені методи розв'язання задач математичної фізики" є ознайомлення студентів з теоретичними основами процесів переносу певної субстанції у неоднорідних середовищах, математичними моделями задач, постановками крайових задач та дослідженням їх коректності; розробка та обґрунтування методів розв'язання конкретних задач масоперенесення; побудова алгоритмів на всіх етапах обчислювального експерименту; проектування і реалізація чисельних методів розв'язання нелінійних крайових задач математичної фізики.

Предмет дисципліни вільного вибору "Наближені методи розв'язання задач математичної фізики" включає: математичні основи теорії руху речовини, постановки крайових задач та конструктивні методи їх розв'язання, застосування методів чисельного аналізу для розв'язання конкретних задач математичної фізики.

Вимоги до знань та вмінь.

Для успішного засвоєння матеріалу студент повинен *знати* матеріали курсів: "Математичний аналіз" (зокрема, матеріали розділів: диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної; метричні простори; диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних); "Диференціальні рівняння" (зокрема, крайові задачі для ЗДР, методи розв'язання лінійних ЗДР), "Функціональний аналіз" (зокрема, матеріали розділів: лінійні нормовані простори, функціонали, похідні від функціоналів), "Рівняння математичної фізики" (зокрема, постановки крайових задач, питання коректності,), "Методи обчислень" (зокрема, основи методу скінчених різниць), "Інформатика та програмування".

Для успішного засвоєння матеріалу студент повинен *вміти*: формулювати крайові задачі для опису досліджуваних процесів, застосовувати методи чисельного аналізу до їх розв'язання, володіти основами розробки програмного забезпечення, використовуючи відповідні мови програмування.

Система поточного, модульного та підсумкового контролю.

Дисципліна вільного вибору "Наближені методи розв'язання задач математичної фізики" складається з 1 модуля і оцінюється за модульно-рейтинговою системою.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою в цілому за весь курс.

Форми поточного контролю: опитування на лекціях, перевірка виконання

самостійної роботи, письмові самостійні роботи.

Модульний контроль: модульна контрольна робота.

Підсумковий контроль: залік (II семестр).

За результатами студент отримує підсумкову кількість балів за 100-бальною шкалою, яка є сумою балів, отриманих студентом за модуль у семестрі та за залік згідно із наведеною таблицею.

II семестр

	<i>Змістовний модуль 1</i>	<i>Залік</i>	<i>Підсумкова оцінка</i>
Максимальна оцінка в балах	60	40	100

При цьому, кількість балів відповідає оцінкам за національною шкалою згідно із наведеною нижче шкалою відповідності

Шкала відповідності оцінки за 100-бальною та національною шкалами

<i>За 100-бальною шкалою</i>	<i>Оцінка заліку за національною шкалою</i>
60 – 100	зараховано
1 – 59	не зараховано

Студент, який отримав менше 20 балів в сумі за модульну контрольну роботу та самостійну роботу не допускається до складання заліку.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

II семестр

Модуль 1. Методи розрахунку процесів масоперенесення для неоднорідних середовищ

№ теми	Назва теми	Кількість годин	
		Лек-ції	Самостійна робота
1.	Основи математичного моделювання та обчислювального експерименту	2	
2.	Математичні співвідношення процесів масоперенесення у неоднорідних середовищах	2	2
3.	Математичне формулювання та постановки крайових задач при дослідженні конкретних процесів масоперенесення	8	
4.	Розв'язуваність нелінійних крайових задач масоперенесення зі спеціальними умовами спряження	2	1
5.	Розробка методики розрахунку масоперенесення для неоднорідних середовищ	10	2
6.	Методи розв'язання різницевих задач	12	2
7.	Особливості реалізації чисельних методів для розв'язання нелінійних крайових задач математичної фізики	6	1
8.	Застосування розробленої методики до розв'язання конкретних задач масоперенесення	6	2
Всього годин за семестр 58, з них		48	10

ТЕМИ ЛЕКЦІЙ, СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. Методи розрахунку процесів масоперенесення для неоднорідних середовищ

ТЕМА 1. Основи математичного моделювання та обчислювального експерименту

Лекція 1. Прикладні задачі математичної фізики, що зводяться до нелінійних крайових задач масоперенесення. Поняття математичного моделювання та обчислювального експерименту. Основні проблеми, що виникають при розгляді крайових задач математичної фізики. – 2 год.

ТЕМА 2. Математичні співвідношення процесів масоперенесення у неоднорідних середовищах

Лекція 2. Математичні співвідношення процесів вологоперенесення. Основні типи крайових умов. Математичні співвідношення процесів перенесення розчинених речовин. Можливі типи крайових умов. Рівняння кінетики. – 2 год.

Самостійна робота. Вивчити основні математичні співвідношення процесів теплоперенесення. – 2 год. – Література [1,3,5,6].

ТЕМА 3. Математичне формулювання та постановки крайових задач при дослідженні конкретних процесів масоперенесення

Лекція 3. Побудова математичної моделі перенесення вологи при проведенні гідромеліоративних заходів з використанням дренажу. – 2 год.

Лекція 4. Побудова математичної моделі фільтрації та вологоперенесення в зоні каналів і водоймищ. – 2 год.

Лекція 5. Побудова математичної моделі міграції розчинених речовин у ґрунтах з урахуванням процесу сорбції. – 2 год.

Лекція 6. Побудова математичної моделі процесу накопичення радіоактивних забруднень у біомасі рослин. – 2 год.

ТЕМА 4. Розв'язуваність нелінійних крайових задач масоперенесення зі спеціальними умовами спряження

Лекція 7. Дослідження існування розв'язку нелінійної крайової задачі для параболічного рівняння з розривним розв'язком. Априорні оцінки в класах Соболева. – 2 год.

Самостійна робота. Опрацювати матеріал лекції 3. Ознайомитися з просторами Соболева. – 1 год. – Література [2,4].

ТЕМА 5. Розробка методики розрахунку масоперенесення для неоднорідних середовищ

Лекція 8. Основи методу скінчених різниць. – 2 год.

Лекція 9. Побудова різницевих схем для задач вологоперенесення. – 2 год.

Лекція 10. Побудова різницевих схем для задач міграції розчинених речовин. – 2 год.

Лекція 11. Побудова різницевих апроксимацій крайових умов в задачах масоперенесення. – 2 год.

Лекція 12. Дослідження похибки апроксимації схем. – 2 год.

Самостійна робота. Опрацювати матеріал лекції 4. Дослідити похибку апроксимації різницевих схем в кутах прямокутника. – 2 год. – Література [8].

ТЕМА 6. Методи розв'язання різницевих задач

Лекція 13. Основи позмінно-трикутного методу. – 2 год.

Лекція 14. Основи методу Ньютона – послідовної верхньої релаксації. – 2 год.

Лекція 15. Теорема про збіжність ітераційного процесу Ньютона – послідовної верхньої релаксації. – 2 год.

Лекція 16. Дослідження збіжності ітераційного процесу. – 2 год.

Лекція 17. Реалізація методу Ньютона-ПВР на прикладі одновимірної задачі вологоперенесення. – 2 год.

Лекція 18. Реалізація методу Ньютона-ПВР на прикладі двовимірної задачі вологоперенесення. – 2 год.

Самостійна робота. Дослідження збіжності ітераційного процесу для одновимірної задачі вологоперенесення. – 2 год. – Література [7,8].

ТЕМА 7. Особливості реалізації чисельних методів для розв'язання нелінійних крайових задач математичної фізики

Лекція 19. Застосування чисельних методів до розв'язання одновимірних задач вологоперенесення. – 2 год.

Лекція 20. Застосування чисельних методів до розв'язання двовимірних задач вологоперенесення. – 2 год.

Лекція 21. Застосування чисельних методів до розв'язання задач міграції забруднених речовин. – 2 год.

Самостійна робота. Застосування методу Ейлера до розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. – 1 год. – Література [7,8].

ТЕМА 8. Застосування розробленої методики до розв'язання конкретних задач масоперенесення

Лекція 22. Побудова програмного забезпечення для розв'язання крайової задачі волого перенесення у прямокутній області. – 2 год.

Лекція 23. Побудова програмного забезпечення для розв'язання крайової задачі міграції розчинених речовин у прямокутній області. – 2 год.

Лекція 24. Побудова програмного забезпечення для розв'язання задачі фільтрації під гідротехнічною спорудою. – 2 год.

Самостійна робота. Аналіз результатів обчислювального експерименту по розв'язанню конкретних задач масоперенесення. – 2 год. – Література [3].

Модульна контрольна робота

Питання до змістовного модуля 1

1. Математичні моделі. Обчислювальний експеримент. Етапи обчислювального експерименту.
2. Поняття про рух вологи в насичених і ненасичених середовищах.
3. Закон Дарсі.
4. Рівняння нерозривності та його фізичний зміст.
5. Залежність коефіцієнтів рівнянь вологоперенесення від розв'язку.
6. Основні види крайових умов для рівнянь масоперенесення.
7. Поняття про умови спряження в задачах масоперенесення.
8. Основні типи рівнянь кінетики масообміну.
9. Рівняння ізотерми Генрі.
10. Рівняння ізотерми Ленгмюра.
11. Постановка задачі про рух рідини у прямокутній області.
12. Постановка задачі про рух забруднень у прямокутній області.
13. Постановка задачі про рух рідини в зоні гідротехнічних споруд.
14. Постановка задачі про міграцію та накопичення радіонуклідів.
15. Постановка задачі про міграцію забруднень з урахуванням процесів сорбції та десорбції.
16. Простори Соболева та методика отримання апріорних оцінок розв'язку нелінійної крайової задачі.
17. Поняття про метод скінчених різниць.
18. Інтегро-інтерполяційний метод та його застосування для побудови різницевих схем.
19. Похибка апроксимації різницевої задачі.
20. Методи розв'язання систем нелінійних різницевих рівнянь.
21. Метод Ньютона – послідовної верхньої релаксації (ПВР).
22. Особливості застосування методу Ньютона – послідовної верхньої релаксації до розв'язання різницевих задач масоперенесення.
23. Теорема про збіжність методу Ньютона – послідовної верхньої релаксації.

Приклад модульної контрольної роботи

1. Основні фізичні закони, що використовуються при виведенні рівняння руху вологи.
2. Дати математичне формулювання задачі масоперенесення в зоні-каналів і водоймищ.
3. Записати розрахункову схему методу Ньютона-ПВР.
4. Записати рівняння для похибки чисельного розв'язку для рівняння вологоперенесення.
5. Знайти похибку апроксимації різницевої похідної $u_{\bar{x}x}$ на рівномірній сітці.

ПИТАННЯ НА ЗАЛІК

1. Що таке математична модель досліджуваного процесу?
2. Що таке обчислювальний експеримент і з яких етапів він складається?
3. Які середовища називаються насиченими і ненасиченими?

4. Що таке всмоктуючий тиск?
5. Які основні математичні співвідношення процесів масоперенесення в насичено-ненасичених ґрунтах?
6. Розкрити фізичний зміст закону Дарсі і рівняння нерозривності.
7. В чому полягає нелінійність процесів масоперенесення?
8. Навести емпіричні формули для залежностей коефіцієнтів рівняння вологоперенесення від тиску.
9. Навести основні види крайових умов для рівняння вологоперенесення та вказати їх фізичний зміст.
10. Навести основні види крайових умов для рівняння перенесення забруднень та вказати їх фізичний зміст.
11. Охарактеризувати різні типи умов спряження в задачах масоперенесення та вказати їх фізичний зміст.
12. Вивести умови спряження типу неідеального контакту для рівняння вологоперенесення у прямокутній області.
13. Навести рівняння кінетики масообміну при розчиненні та кристалізації забруднених речовин.
14. Навести математичну модель переносу вологи в області при використанні дренажу.
15. Навести математичну модель задачі міграції розчинених речовин у ґрунтах.
16. Навести математичну модель фільтрації та волого перенесення в зоні каналів і водоймищ.
17. Навести математичну модель перерозподілу радіонуклідів у біомасі рослин.
18. Навести математичну модель фільтрації рідини в основі гідротехнічної споруди.
19. Навести математичну модель міграції та трансформації забруднень під гідротехнічною спорудою.
20. Навести математичну модель руху забруднень з урахуванням процесу сорбції.
21. Сформулювати теорему про розв'язність нелінійної крайової задачі зі спеціальними умовами спряження. Методика доведення.
22. Метод скінчених різниць. Методи побудови різницевих схем.
23. Застосування інтегро-інтерполяційного методу до побудови різницевої схеми для задачі вологоперенесення у прямокутній області.
24. Застосування інтегро-інтерполяційного методу до побудови різницевої схеми для задачі перенесення забруднень у прямокутній області.
25. Застосування інтегро-інтерполяційного методу до побудови різницевих апроксимацій крайових умов у задачах масоперенесення.
26. Дослідження похибки апроксимації різницевої задачі вологоперенесення.
27. Дослідження похибки апроксимації різницевої задачі перенесення розчинених речовин.
28. Метод Ньютона – ПВР розв'язання систем нелінійних різницевих рівнянь.

29. Застосування методу Ньютона – ПВР до розв’язання систем нелінійних різницевих рівнянь у одновимірній області.
30. Застосування блочного методу Ньютона – ПВР до розв’язання систем нелінійних різницевих рівнянь у прямокутній області.
31. Застосування блочного методу верхньої релаксації до розв’язання системи різницевих рівнянь масоперенесення.
32. Дослідження збіжності ітераційного процесу Ньютона – ПВР.
33. Особливості програмного забезпечення для розв’язання задач масоперенесення.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1967.
2. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. – М.: Мир, 1969.
3. Ляшко И.И., Демченко В.Ф., Демченко Л.И. Численное моделирование процессов тепломассопереноса. – К.: УМК ВО, 1988.
4. Мельник Т.А. Простори Соболева та узагальнені розв’язки задач математичної фізики. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2006.
5. Моделирование водносолевого режима грунтов с использованием ЭВМ. – М.: Наука, 1976.
6. Най П.Х., Тринкер П.Б. Движение растворов в системе почва-растение. – М.: Колос, 1980.
7. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975.
8. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971.

Додаткова література

1. Вакал Є.С., Личман В.В. Моделювання руху забруднюючих речовин з урахуванням процесу сорбції // Интеллектуальные информационно-аналитические системы и комплексы / НАН Украины. Ин-т кибернетики. – К.: 2001. – С. 42-46.
2. Ильин А.М., Калашникова А.С., Олейник О.А. Линейные уравнения второго порядка параболического типа // Успехи мат. наук. – 1962. – 17, №3. – С. 3-146.
3. Канторович Л.В, Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977.
4. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.-Л., Физматгиз, 1962.

Затверджено на засіданні кафедри математичної фізики, протокол № _____
від " ____ " _____ 2012 р.

Завідувач кафедри, професор

В.Г. Самойленко